Практика М 4.6

Построение модели системы обезвешивания

Математическое моделирование и прикладная инженерия космических систем

Юдинцев В. В.

Содержание

- Средства отделения космического аппарата
- Системы обезвешивания
- Модель системы обезвешивания
  - Автоматика
  - Механика 3D
  - Механика

кадры для космоса

Системы обезвешивания

- Создание условий «невесомости» (имитация космоса) в земных условиях путем подвеса или поддержки объекта с усилием, равным его весу
- Отработка в земных условиях раскрывающихся конструкций (антенн, солнечных батарей, штанг) без влияния гравитации.



кадры для космоса

Системы обезвешивания

- Создание условий «невесомости» (имитация космоса) в земных условиях путем подвеса или поддержки объекта с усилием, равным его весу
- Отработка в земных условиях раскрывающихся конструкций (антенн, солнечных батарей, штанг) без влияния гравитации.

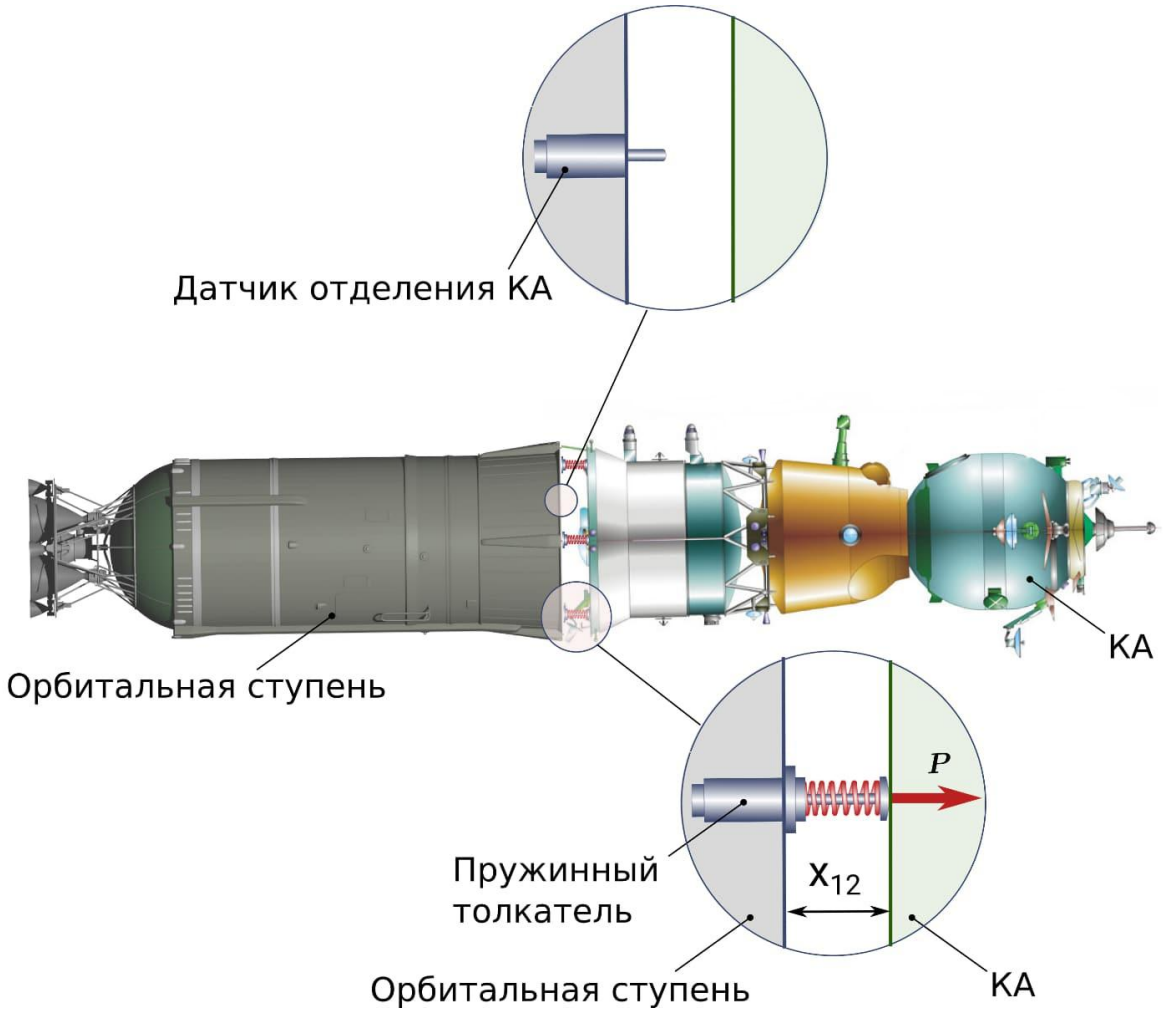




Use of TIFR Balloon Facility and Products in Chandrayaan-3 Mission

кадры для космоса

Отделение космического аппарата

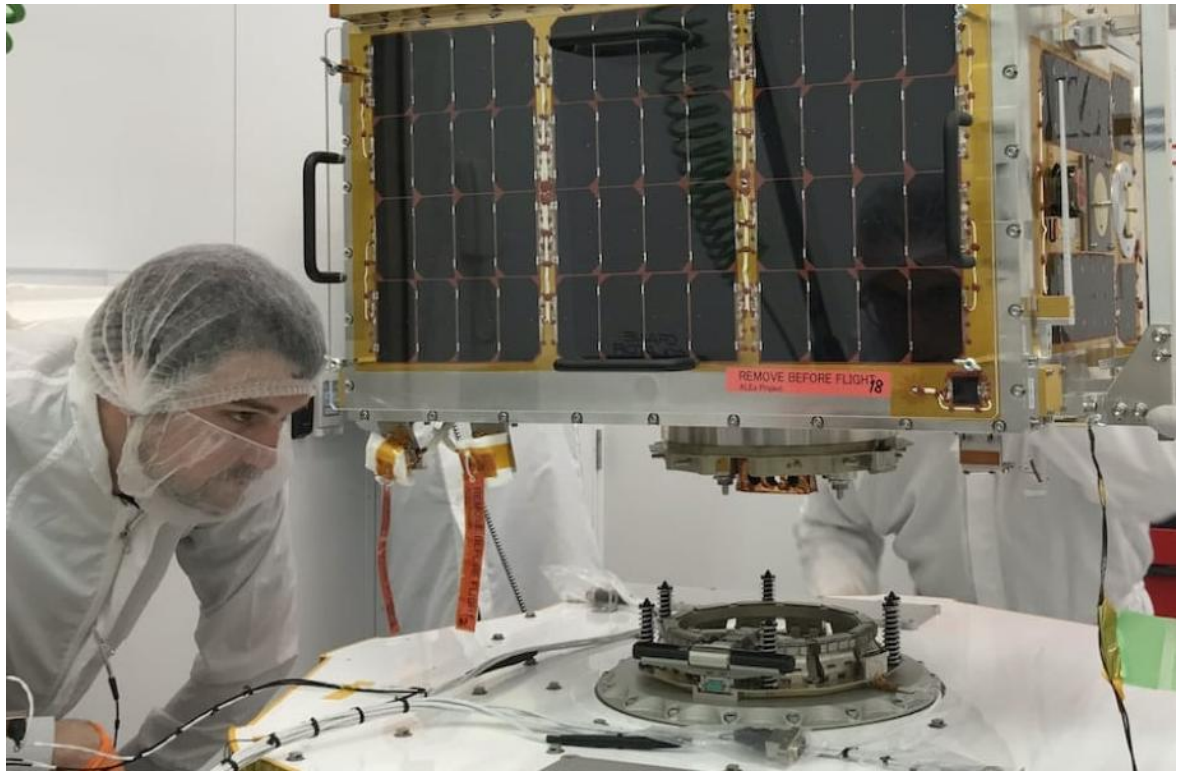


- Для отделения КА от носителя (орбитальной ступени) используются пружинные толкатели
- КА крепится на орбитальной ступени при помощи механических замков, раскрываемых по команде системы управления
- Отделение КА контролируется при помощи контактных датчиков

кадры для космоса

Отделение космического аппарата





кадры для космоса

Скорость отделения КА

- Скорость отделения КА от носителя (относительная)

$$\Delta V = \sqrt{\frac{2A}{m_{12}}}$$

m_{12} - приведенная масса

$$m_{12} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

m_1 - масса носителя,

m_2 - масса КА,

A – суммарная работа толкателей отделения [Дж].

- Зависимость расстояния между стыками КА и носителя от времени в процессе работы толкателей отделения:

$$x_{12} = \frac{P_2}{c}\left(1 - \cos\sqrt{\frac{c}{m_{12}}}\,t\right)$$

- Зависимость скорости движения КА относительно носителя от времени

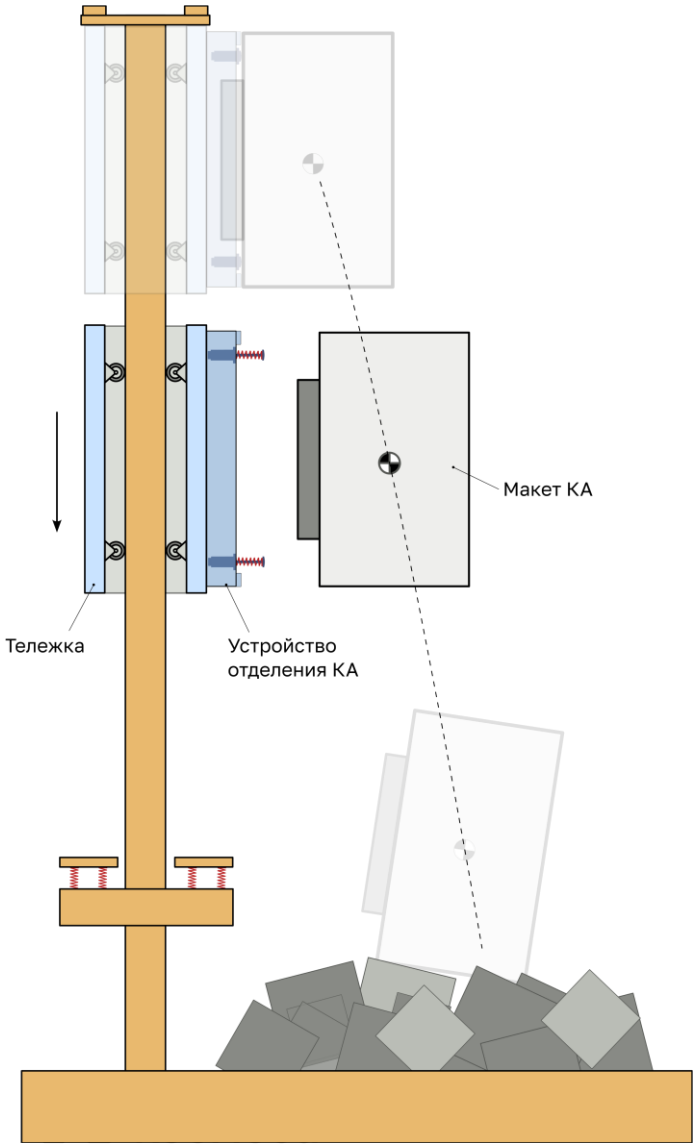
$$V_{12} = \frac{P_2}{\sqrt{c\,m_{12}}}\sin\sqrt{\frac{c}{m_{12}}}\,t$$

- Время работы толкателей

$$t_p = \sqrt{\frac{m_{12}}{c}}\arccos\frac{P_1}{P_2}$$

кадры для космоса

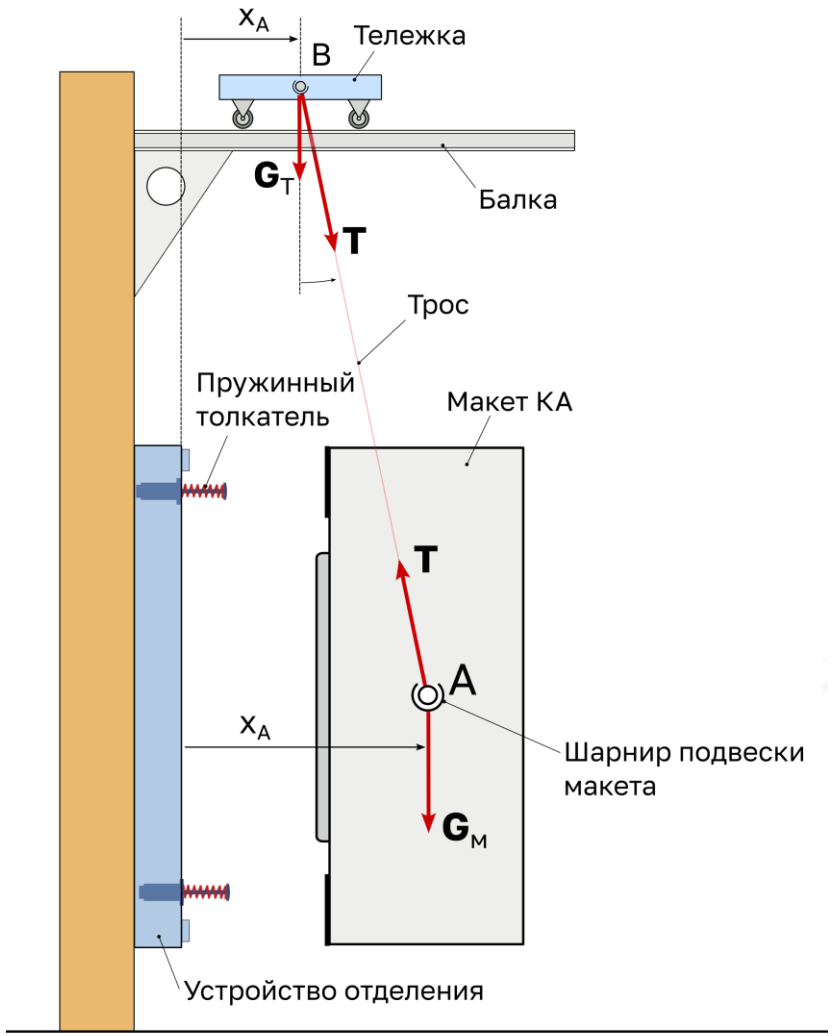
Стенд для имитации невесомости



- Устройство отделения КА с толкателями отделения и замками закрепляется на тележке, «падающей» по направляющим
- Отделение макета КА происходит в процессе движения тележки
- Анализ движения макета КА и работа устройства отделения оценивается по результатам анализа обработки кадров с высокоскоростной видеокамеры
- Макет КА падает на мягкую поверхность: блоки поролона, воздушные подушки

Патент № 2489331 C1 Российская Федерация, МПК B64G 7/00. Стенд для испытаний устройств отделения космических аппаратов : № 2012113519/11 : заявл. 06.04.2012 : опубл. 10.08.2013 / С. Р. Бурназян, Г. Е. Круглов, Е. В. Старадубцева, В. Е. Ткач ; заявитель ФГУП "ГНПРКЦ "ЦСКБ-Прогресс".

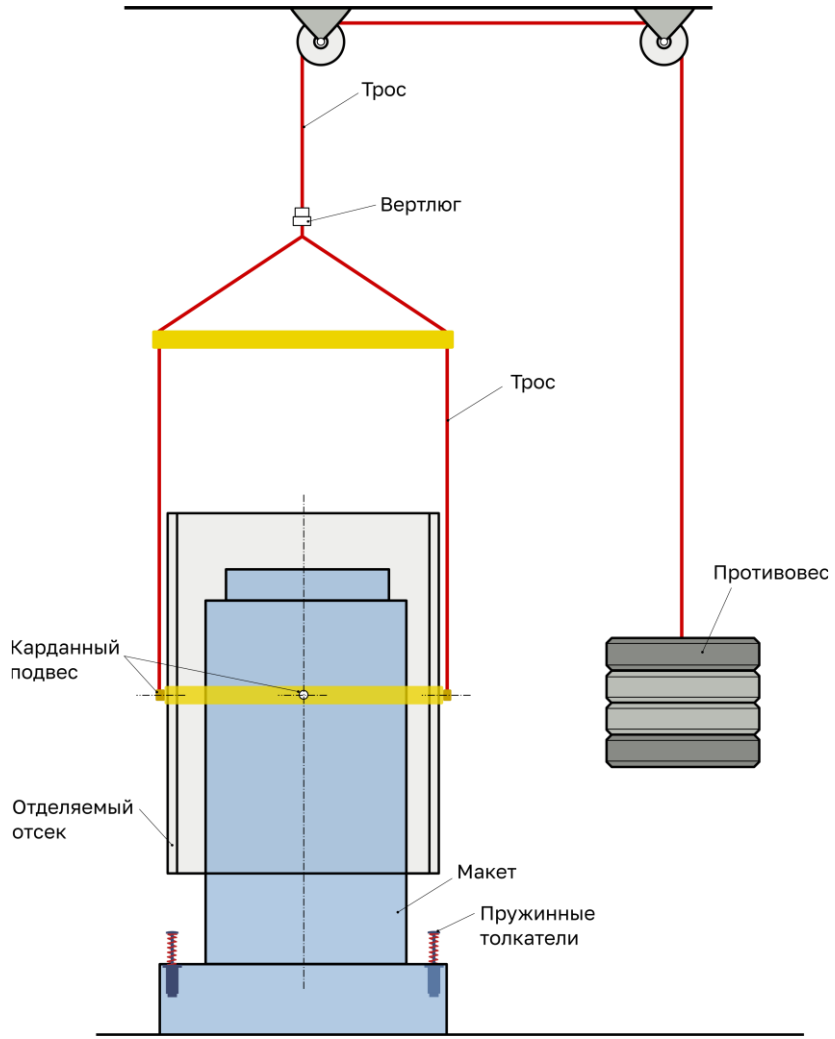
Тросовая подвеска



- Макет подвешивается в центре масс на тросе (карданный подвес, сферический шарнир)
- Трос закрепляется шарнирно на подвижной тележке минимальной массы и минимальным сопротивлением движению
- Центр масс КА движется в горизонтальной плоскости (почти)

кадры для космоса

Вертикальная схема

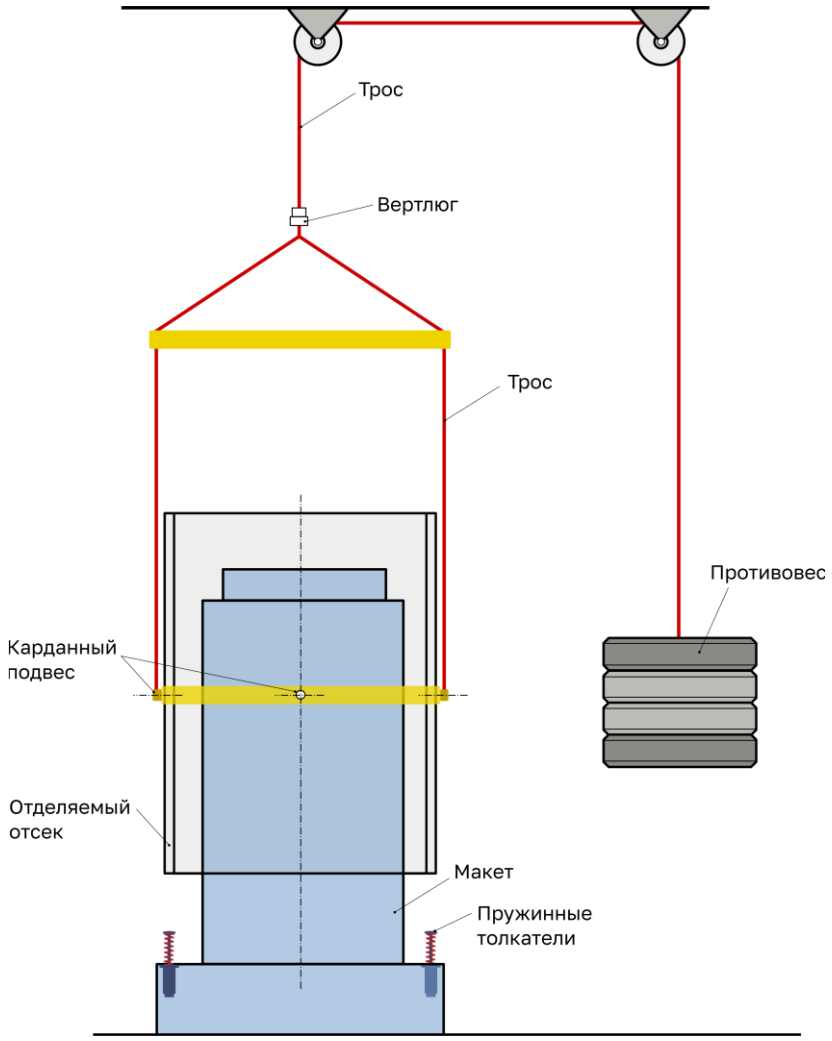


- Макет отделяемого отсека или макета КА закрепляется в карданном подвесе на тросах и балке
- Оси вращения карданного подвеса пересекаются в центре масс отсека
- Отсек обезвешивается при помощи противовеса, закрепленного на тросе
- Отделяемые отсек движется вдоль троса
- Движущаяся масса в два раза больше массы отсека, поэтому скорость движения отсека под действием штатных толкателей будет меньше

К. С. Колесников, В. В. Кокушкин, С. В. Борзых, Н. В. Панкова Расчёт и проектирование систем разделения ступеней ракет. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2006.")

кадры для космоса

Вертикальная схема



- Масса движущихся частей (без учета массы подвески с тросами):

$$m = m_{\text{отс}} + m_{\text{прот}}$$

- С учетом необходимости обезвешивания отсека

$$m_{\text{отс}} = m_{\text{прот}} \quad \rightarrow m = 2m_{\text{отс}}$$

- Скорость отсека после окончания работы пружинных толкателей (в условиях испытаний):

$$\frac{2m_{\text{отс}}(\text{V}_{\text{отс}}^{\text{исп}})^2}{2} = A \quad \rightarrow \quad \text{V}_{\text{отс}}^{\text{исп}} = \sqrt{\frac{A}{m_{\text{отс}}}}$$

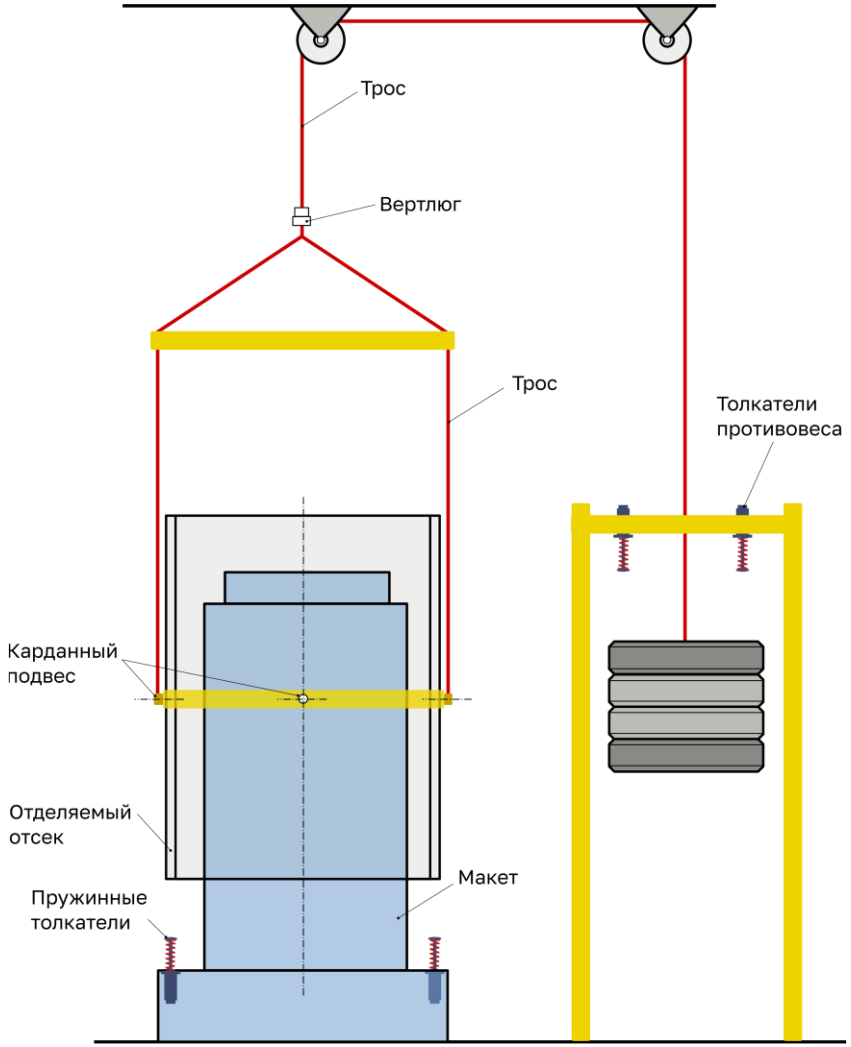
- В условиях полета, в условиях испытаний

$$\text{V}_{\text{отс}} = \sqrt{\frac{2A}{m_{\text{отс}}}} \qquad \text{V}_{\text{отс}}^{\text{исп}} = \frac{\text{V}_{\text{отс}}}{\sqrt{2}}$$

К. С. Колесников, В. В. Кокушкин, С. В. Борзых, Н. В. Панкова Расчёт и проектирование систем разделения ступеней ракет. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2006.")

кадры для космоса

Вертикальная схема



$$V_{отс} = \sqrt{\frac{2A}{m_{отс}}}, \qquad V_{отс}^{исп} = \frac{V_{отс}}{\sqrt{2}}$$

- Двукратное увеличение работы толкателей в условиях наземных испытаний приводит к увеличению скорости отделения отсека

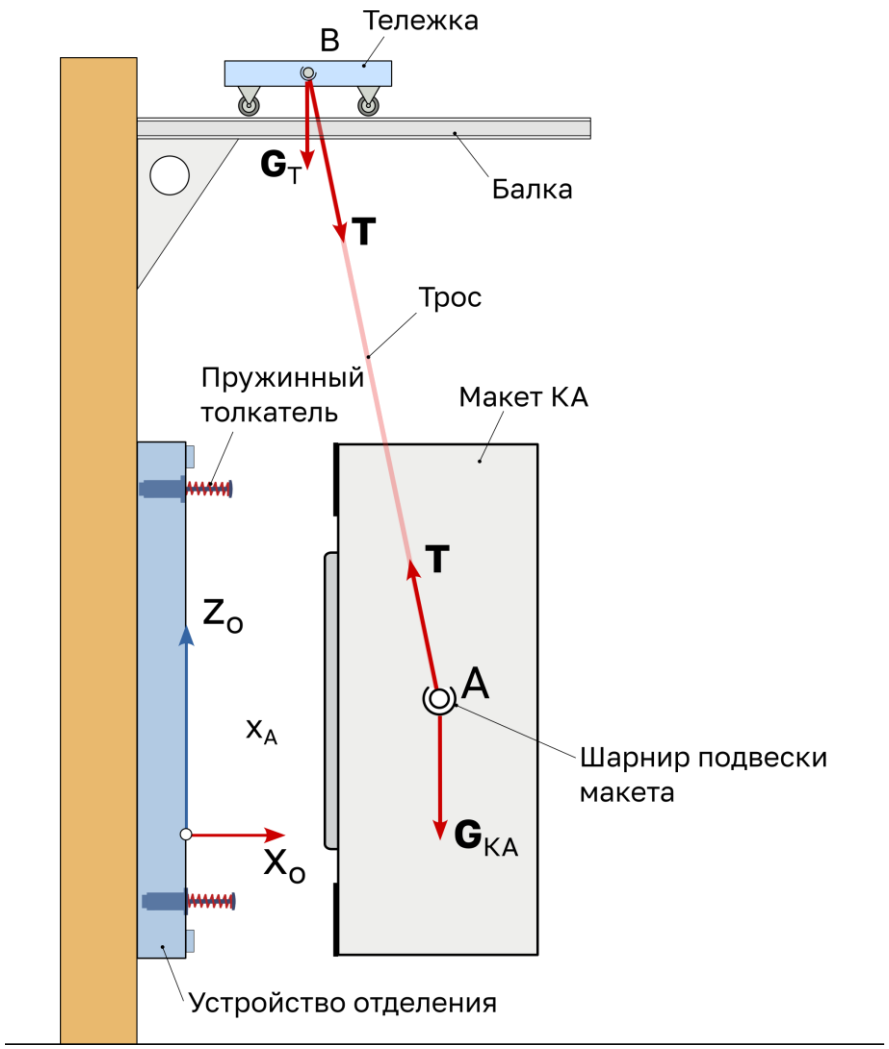
$$V_{отс}^{исп} = \sqrt{\frac{2\,(2A)}{2m_{отс}}} = \sqrt{\frac{2A}{m_{отс}}} = V_{отс}$$

К. С. Колесников, В. В. Кокушкин, С. В. Борзых, Н. В. Панкова Расчёт и проектирование систем разделения ступеней ракет. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2006.")

кадры для космоса

Модель системы обезвешивания

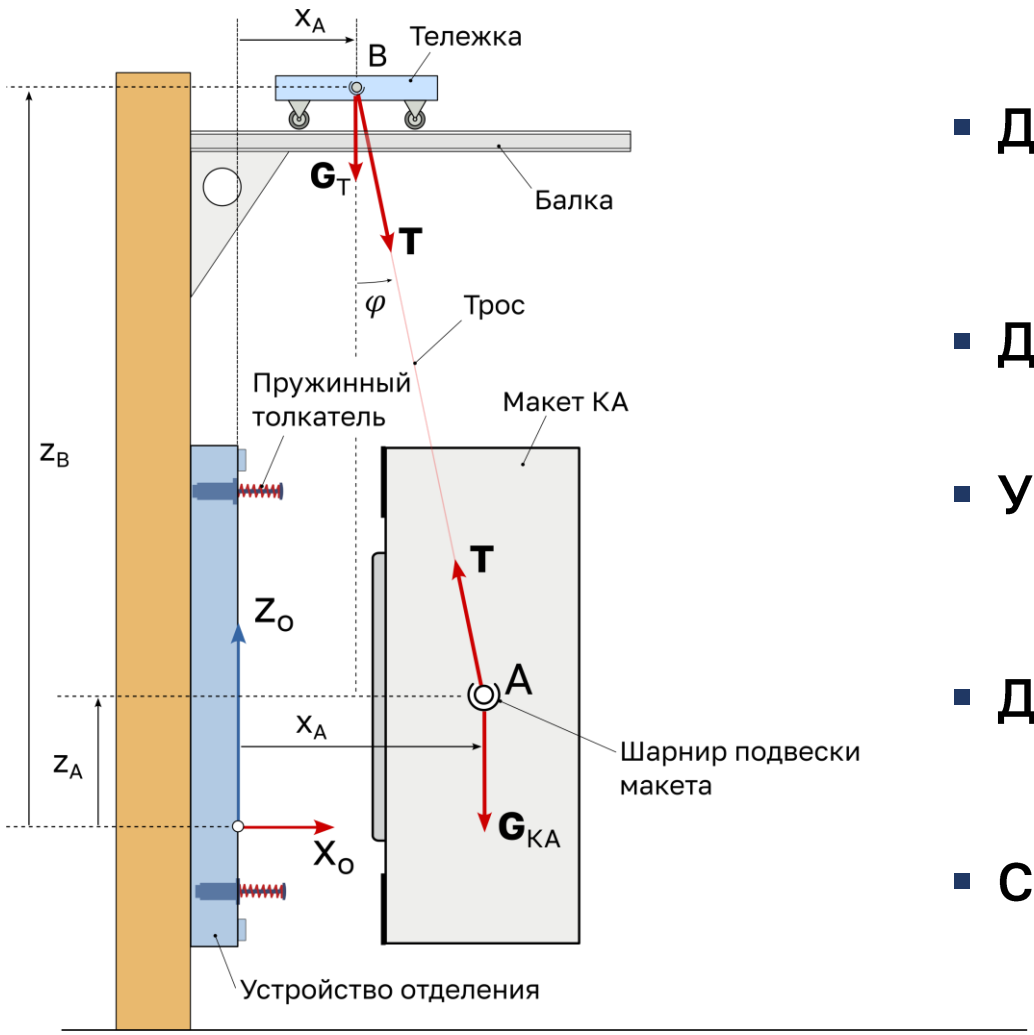
Уравнения движения



- Рассматривается плоское движение системы двух тел (макет КА и тележка), связанных тросом
- Тележка и КА рассматриваются как материальные точки, тележка движется поступательно вдоль балки
- Силы действующие на макет КА:
  - Сила тяжести
  - Сила натяжения троса
  - Сила толкателей отделения
- Силы действующие на тележку:
  - Сила натяжения троса
  - Сила тяжести
  - Сила реакции опоры (балки)
  - Сила трения

кадры для космоса

Уравнения движения



- **Движение КА**

$$m_{\text{КА}}\ddot{x}_A = n_p P(x_A) - T\sin\varphi$$
$$m_{\text{КА}}\ddot{z}_A = T\cos\varphi - m_{\text{КА}}g$$

- **Движение тележки**

$$m_{\text{Т}}\ddot{x}_{\text{В}} = T\sin\varphi - F_{\text{тр}}$$

- **Угол наклона троса**

$$\tan\varphi = \frac{x_A - x_B}{z_B - z_A}$$

- **Длина троса**

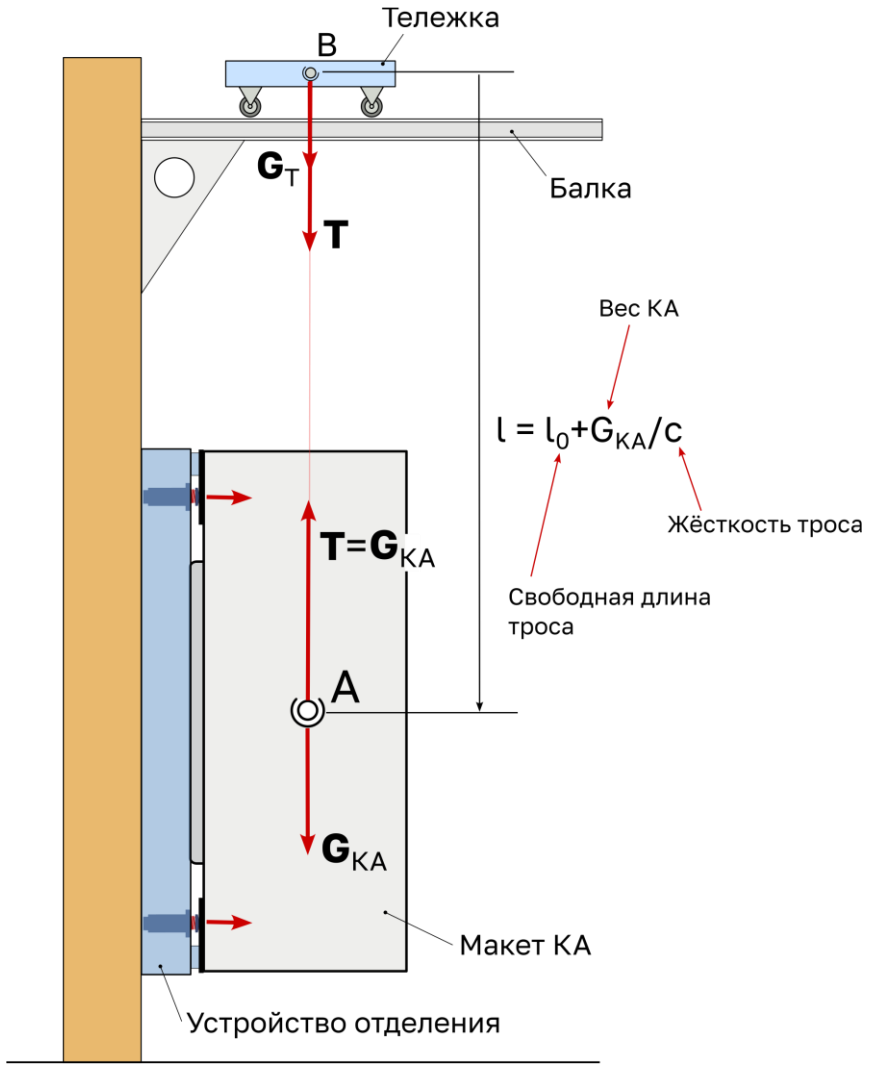
$$l = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

- **Сила натяжения троса**

$$T = (l - l_0)c$$

кадры для космоса

Начальные условия



- Положение и скорость макета КА в начальный момент времени:

$$x_A(0) = 0, \qquad z_A(0) = 0,$$
$$\dot{x}_A(0) = 0, \qquad \dot{z}_A(0) = 0,$$

- Положение и скорость тележки в начальный момент времени:

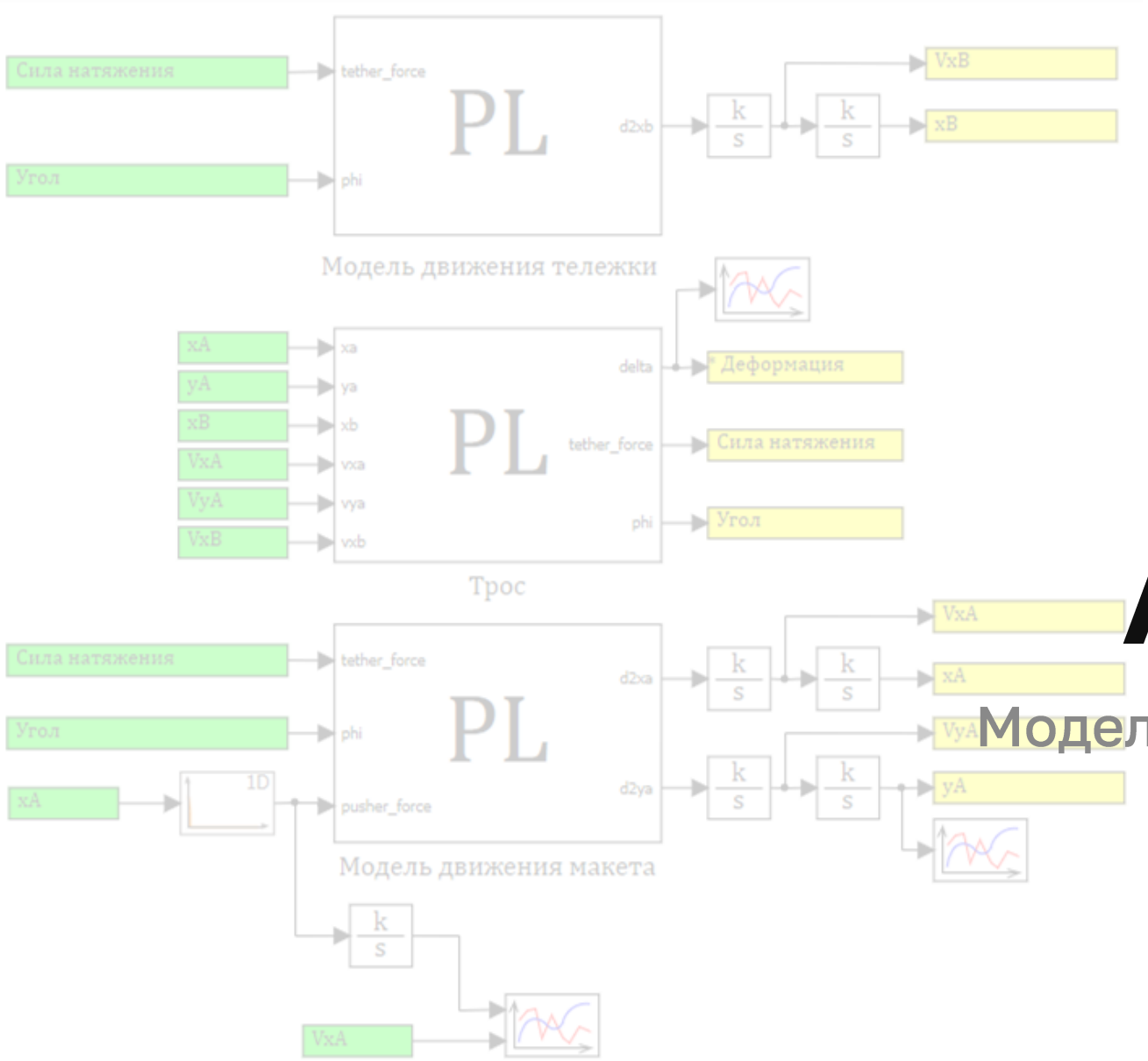
$$x_B(0) = 0, \qquad \dot{x}_B(0) = 0$$

- В начальный момент трос растянут под действием силы веса макета $G_{\text{КА}} = m_{\text{КА}} g$:

$$l = l_0 + \delta = z_B, \qquad \delta = \frac{G_{\text{КА}}}{k}$$

где c – жёсткость троса, δ – деформация троса, l_0 - свободная длина троса

кадры для космоса

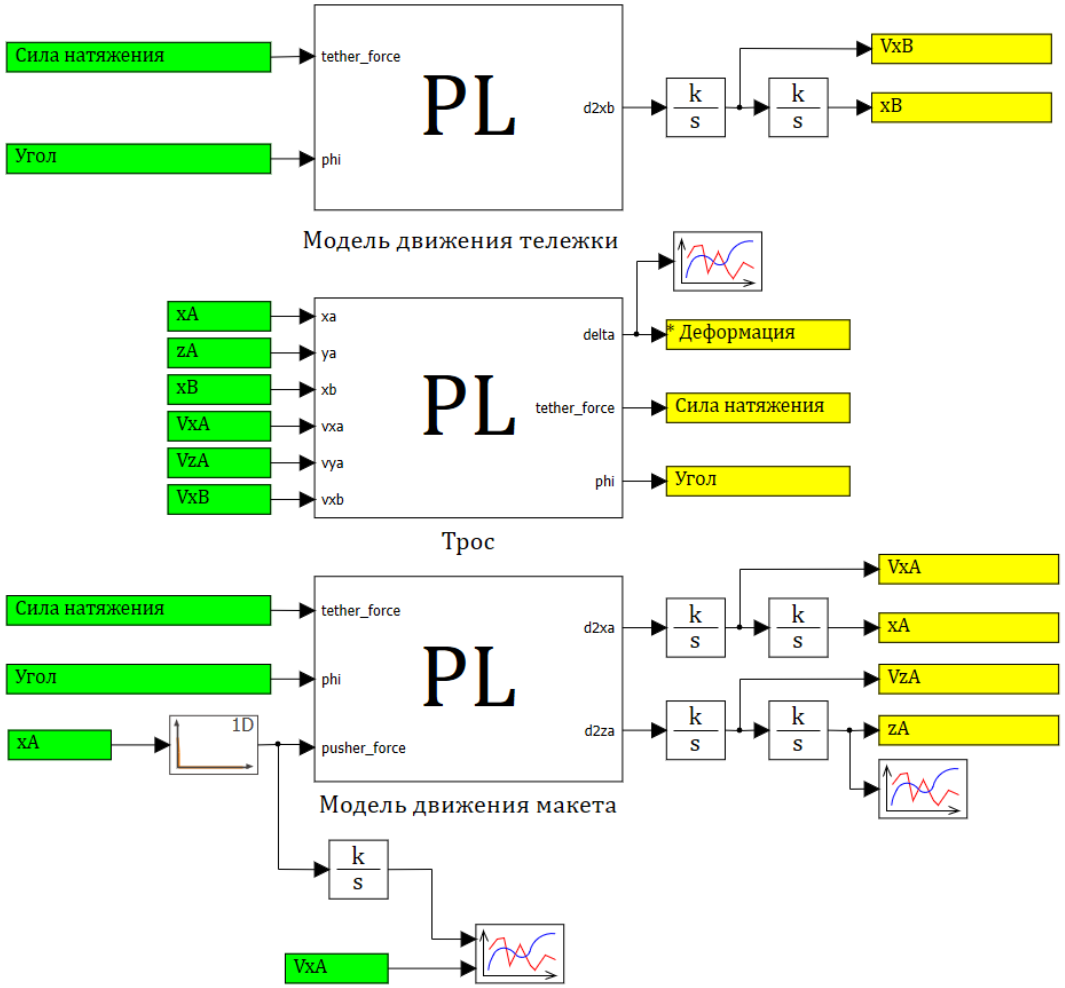


Автоматика

Модель из математических блоков

кадры для космоса

Модель (код в блоках)



Скрипт проекта

Скрипт страницы : Главная страница: C:\Users\kidin\Documents\Заметки\Унив...

Файл Правка Поиск Расчёт Справка Инструменты

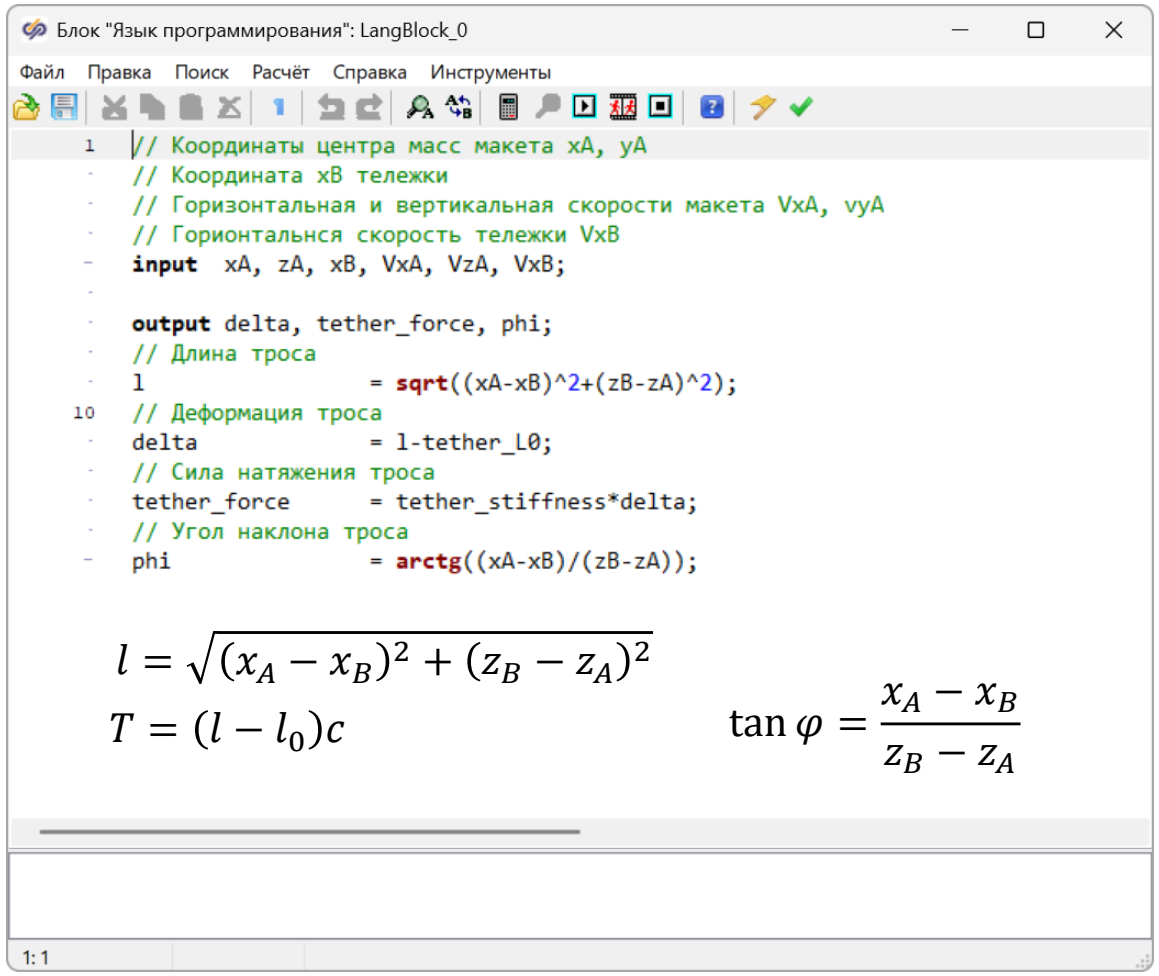
```
initialization
// Ускорение свободного падения
g   = 9.81;
// Масса макета КА
mka = 500;
// Масса тележкаи
mw  = 20;

// Свойства троса
tether_diameter  = 0.003;   // диаметр
tether_E         = 2e11;    // модуль упругости
tether_L0        = 5;       // свободная длина
// Жесткость троса
tether_stiffness = tether_E*0.25*pi*tether_diameter^2/tether_L0;

// Трение
rw  = 0.05;       // радиус колеса тележки
fw  = 0.01e-3/rw; // [м]/[м]

// Начальноя высота тележки
// с учётом растяжения троса от веса макета
zB = tether_L0 + mka*g/tether_stiffness;

end;
```

Расчёт закончен

24: 16 Изменено

кадры для космоса

Код блока «Трос»



$$l = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

$$T = (l - l_0)c$$

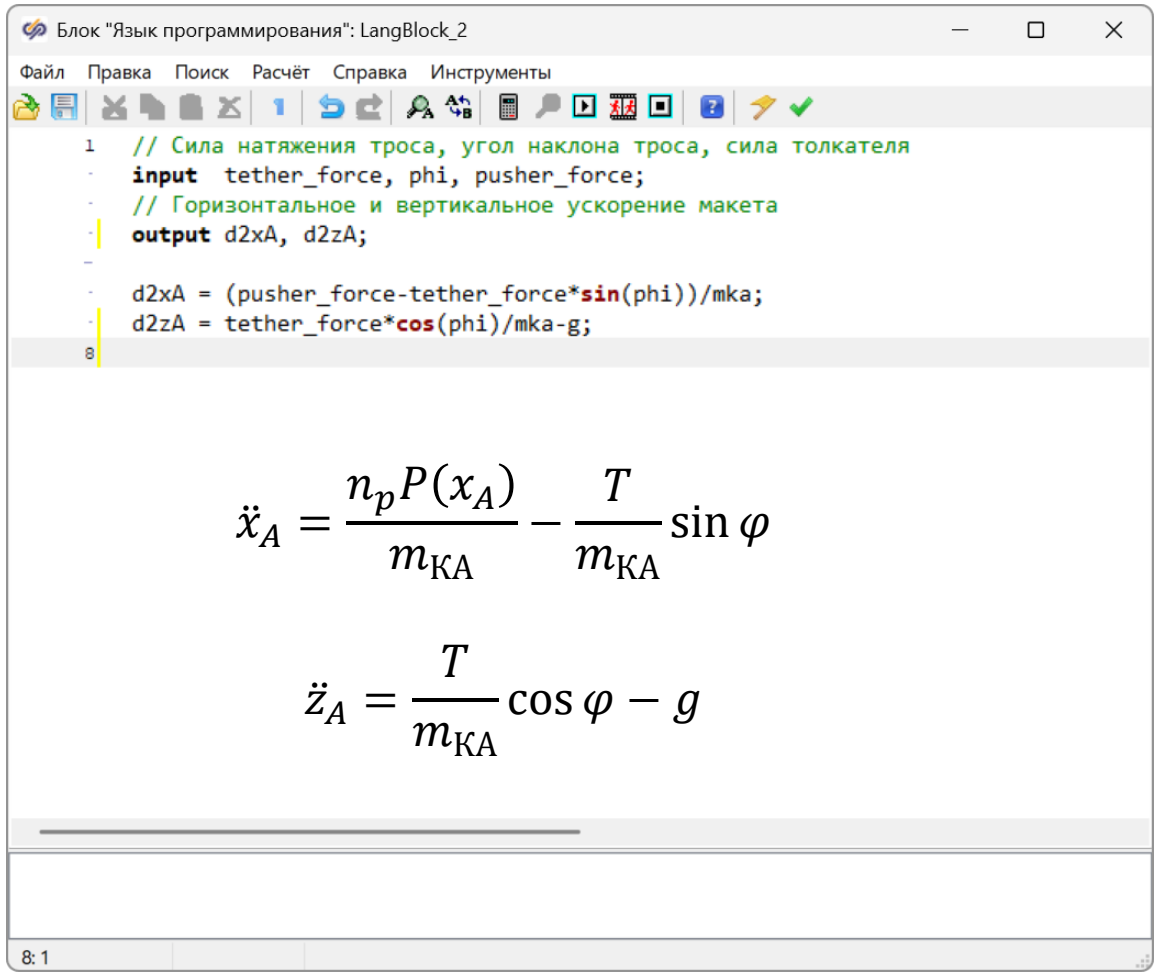
$$\tan\varphi = \frac{x_A - x_B}{z_B - z_A}$$

В блоке «Трос» по заданным положениям тележки и макета (**input**) вычисляются:

- длина троса (l);
- деформация троса (δ);
- сила натяжения троса (T).
- угол наклона троса
- скорость деформации троса (для учёта демпфирующих свойств)

кадры для космоса

Код блока «Модель движения макета»



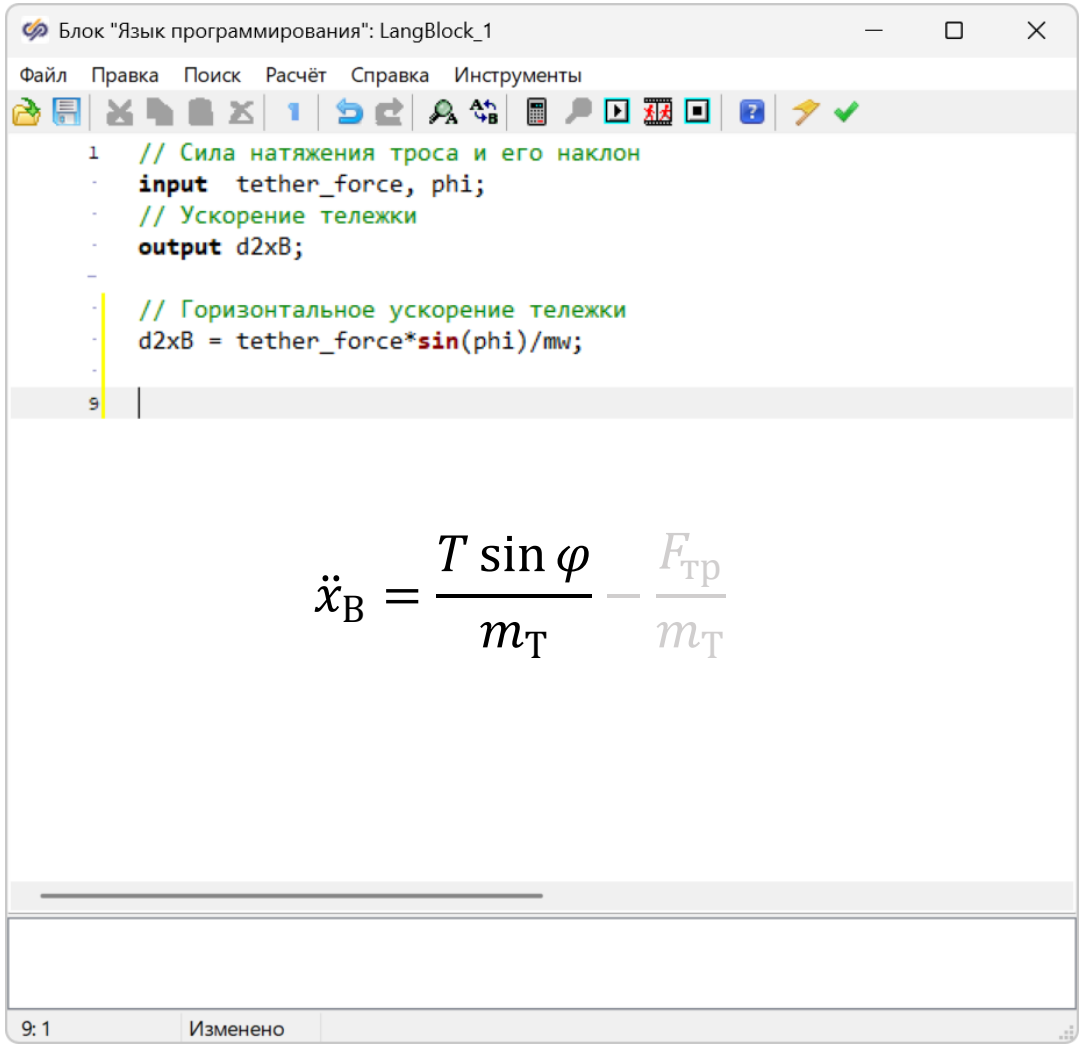
$$\ddot{x}_A = \frac{n_p P(x_A)}{m_{\text{КА}}} - \frac{T}{m_{\text{КА}}} \sin\varphi$$

$$\ddot{z}_A = \frac{T}{m_{\text{КА}}} \cos\varphi - g$$

- В блоке «Модель движения макета» определяются проекции ускорения макета на оси x и z
- Входы блока
  - Сила натяжения троса
  - Угол наклона троса
  - Суммарное усилие толкателей
- Выходы блока
  - Проекция ускорения на ось x
  - Проекция ускорения на ось z

кадры для космоса

Код блока «Модель движения тележки»



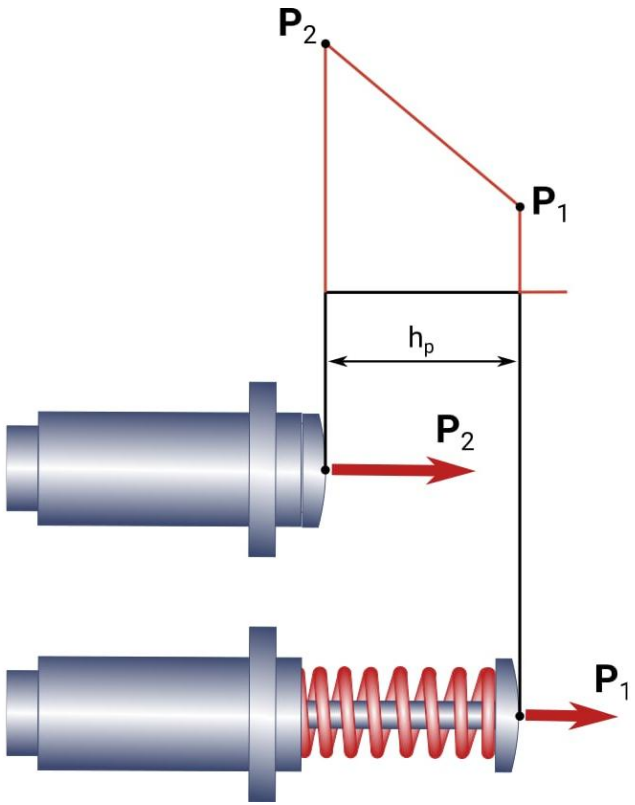
$$\ddot{x}_{\text{В}} = \frac{T \sin \varphi}{m_{\text{Т}}} - \frac{F_{\text{тр}}}{m_{\text{Т}}}$$

- В блоке «Модель движения тележки» определяется ускорение тележки под действием силы натяжения троса
- Входы блока
  - Сила натяжения троса
  - Угол наклона троса
- Выходы блока
  - Проекция ускорения на ось x

кадры для космоса

Сила толкателя





- Зависимость силы пружинного толкателя от перемещения штока

$$P(x) = P_2 - kx, \qquad x \le h_p$$

где h_p - максимальное перемещение штока толкателя (ход толкателя);

k – жёсткость пружины толкателя.

- Для известных начального и конечного усилий толкателя:

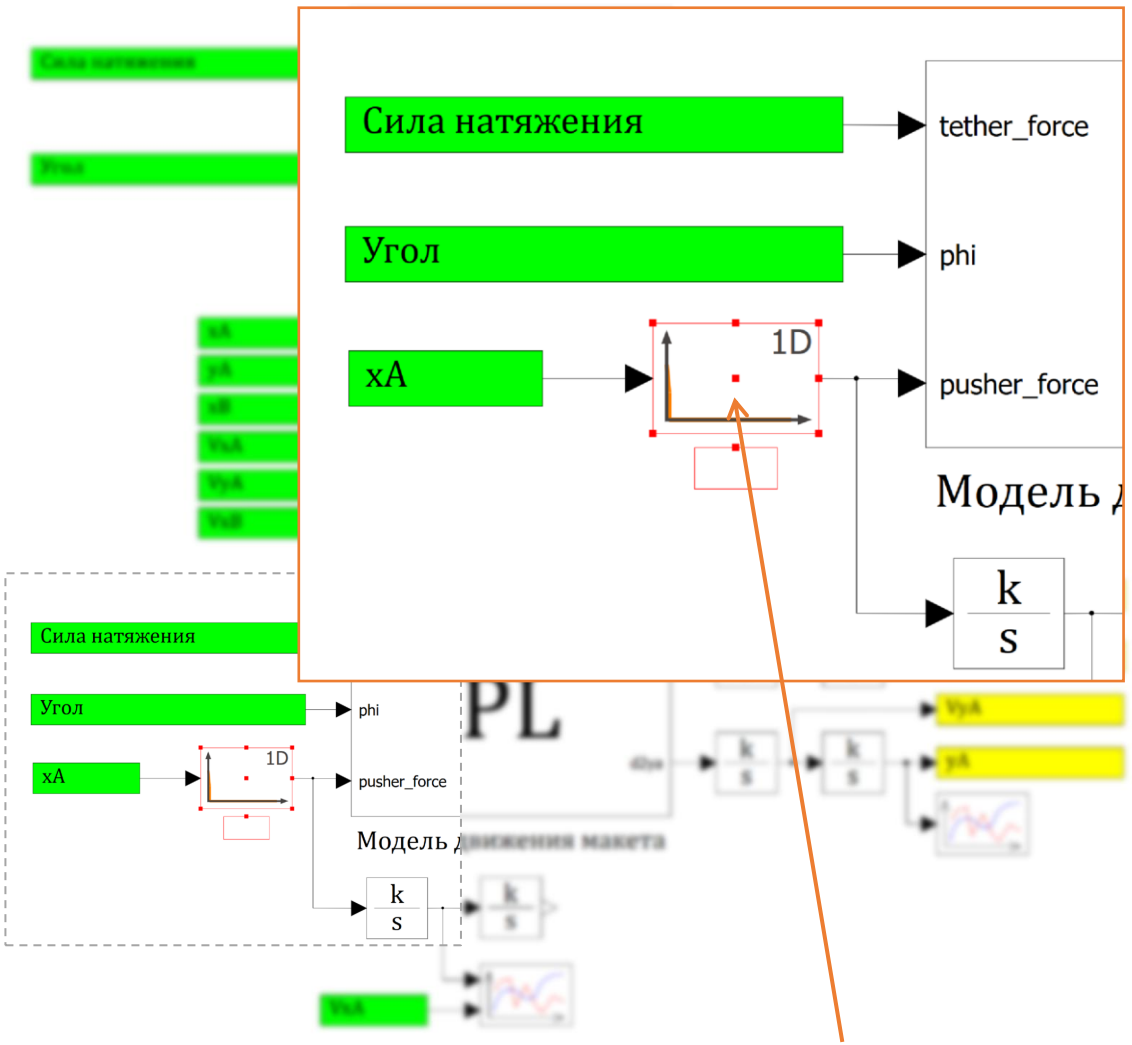
$$k = \frac{P_2 - P_2}{h_p} \quad \left[\frac{\text{Н}}{\text{м}}\right]$$

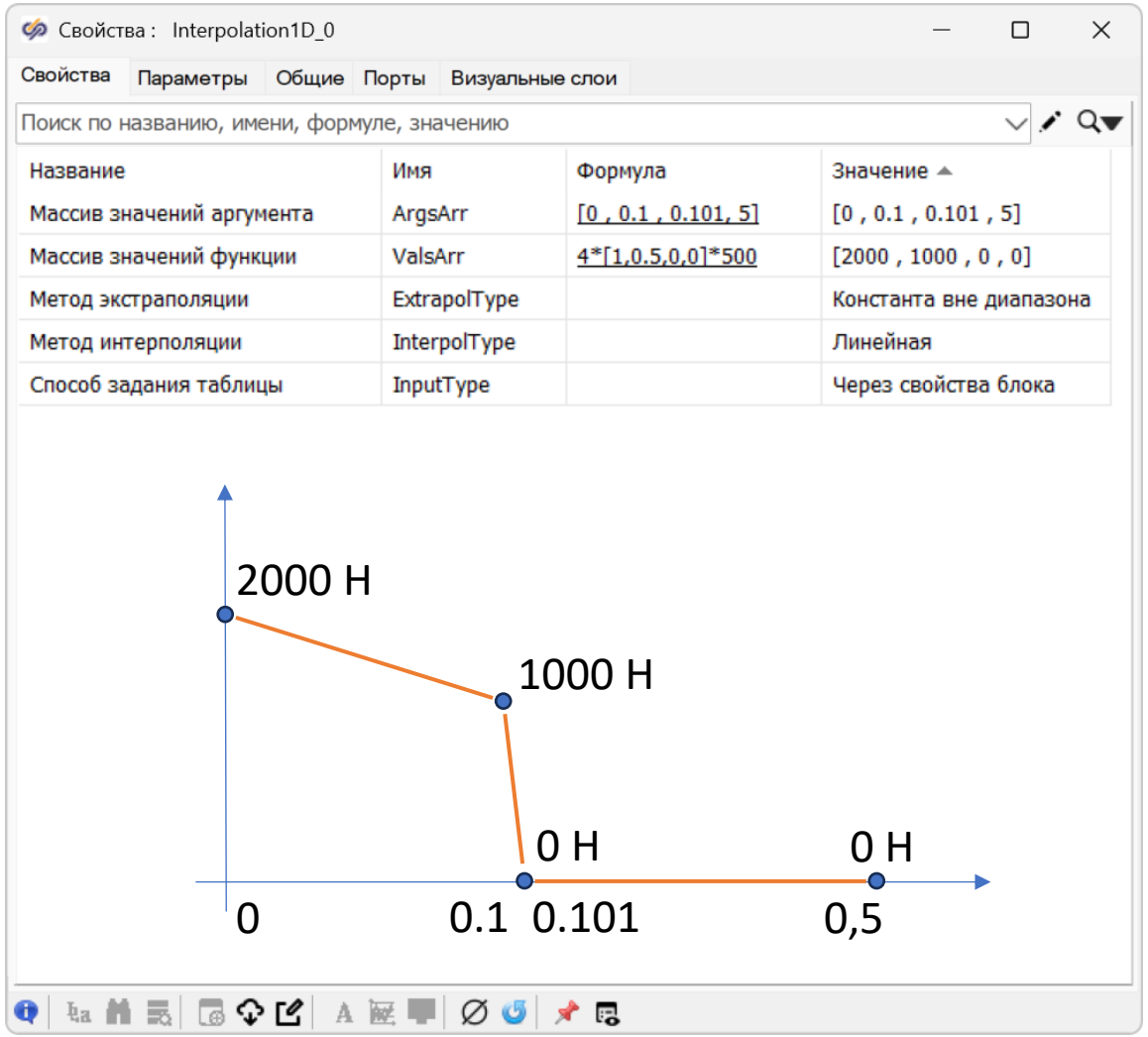
- Механическая работа толкателя:

$$A_p = \frac{P_2 + P_1}{2} h_p \quad [\text{Дж}]$$

кадры для космоса

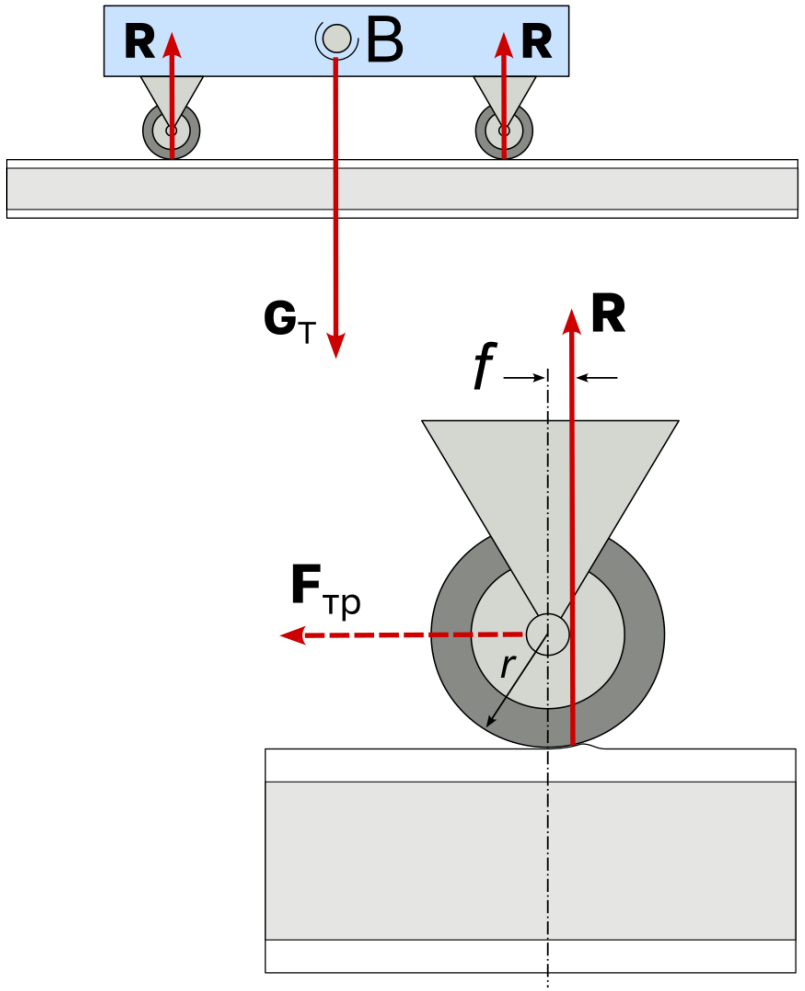
Модель толкателей





Блок «Интерполяция одномерной кривой» библиотеки «Интерполяция»

Модель силы трения



- Сила трения качения имеет размерность длины и определяет плечо силы реакции опоры колеса по отношению оси вращения
- Эквивалентная сила трения

$$F_{тр} = \frac{R}{r} f$$

- Сила реакции опоры (суммарная для всех колёс тележки)

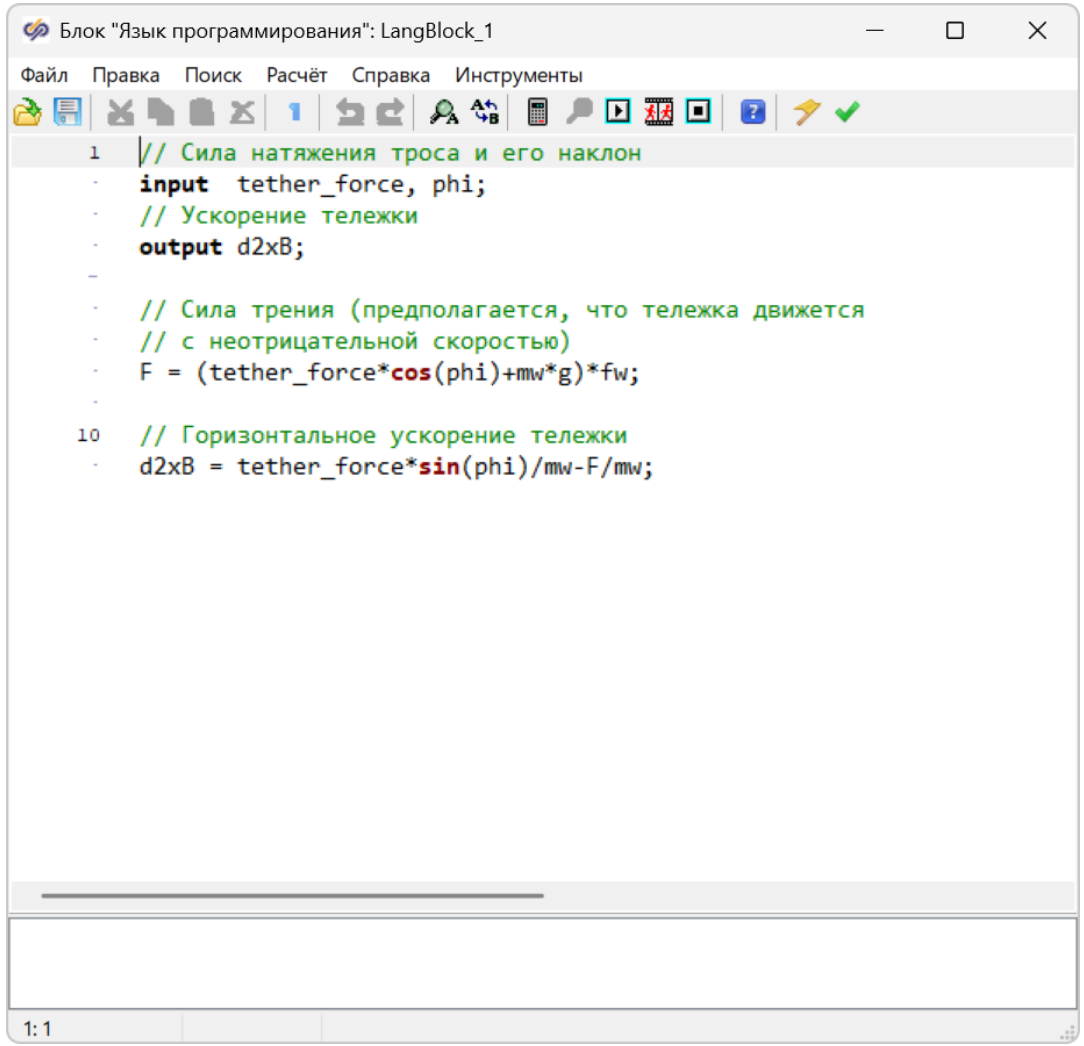
$$R = G_T + T\cos\varphi$$

- Сила трения

$$F_{тр} = (G_T + T\cos\varphi)\frac{f}{r}$$

кадры для космоса

Сила трения

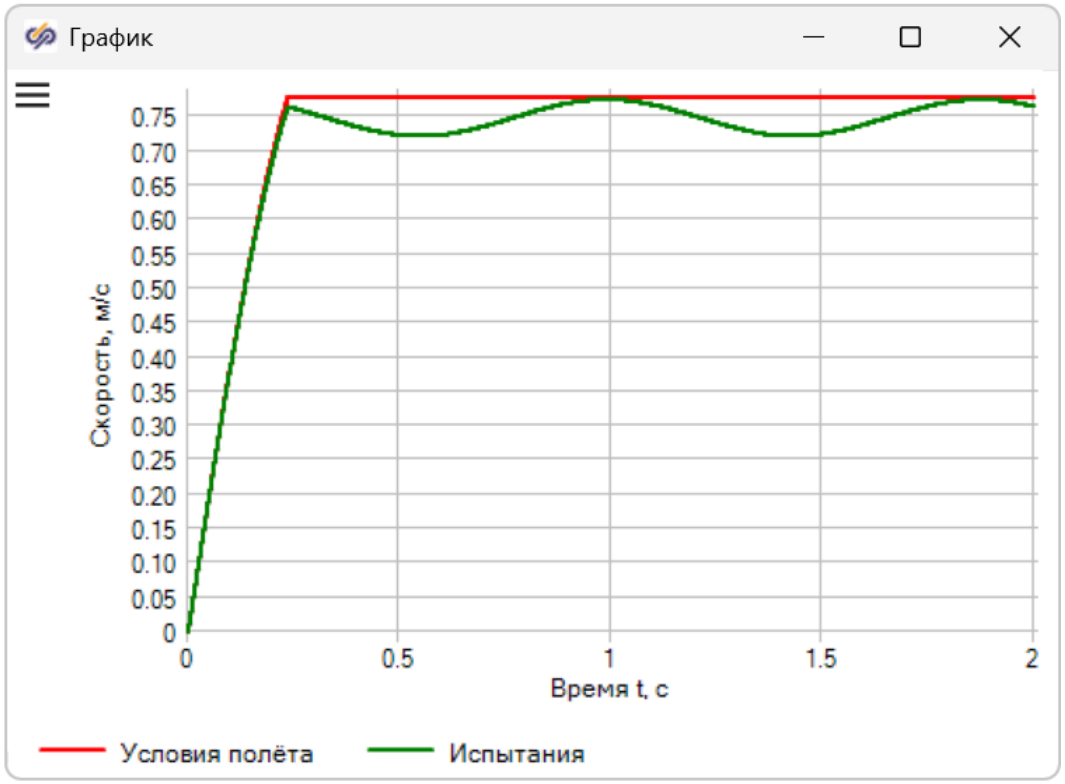


- Для учёта направления движения тележки необходимо передать в этот блок скорость движения тележки и определить силу реакции как

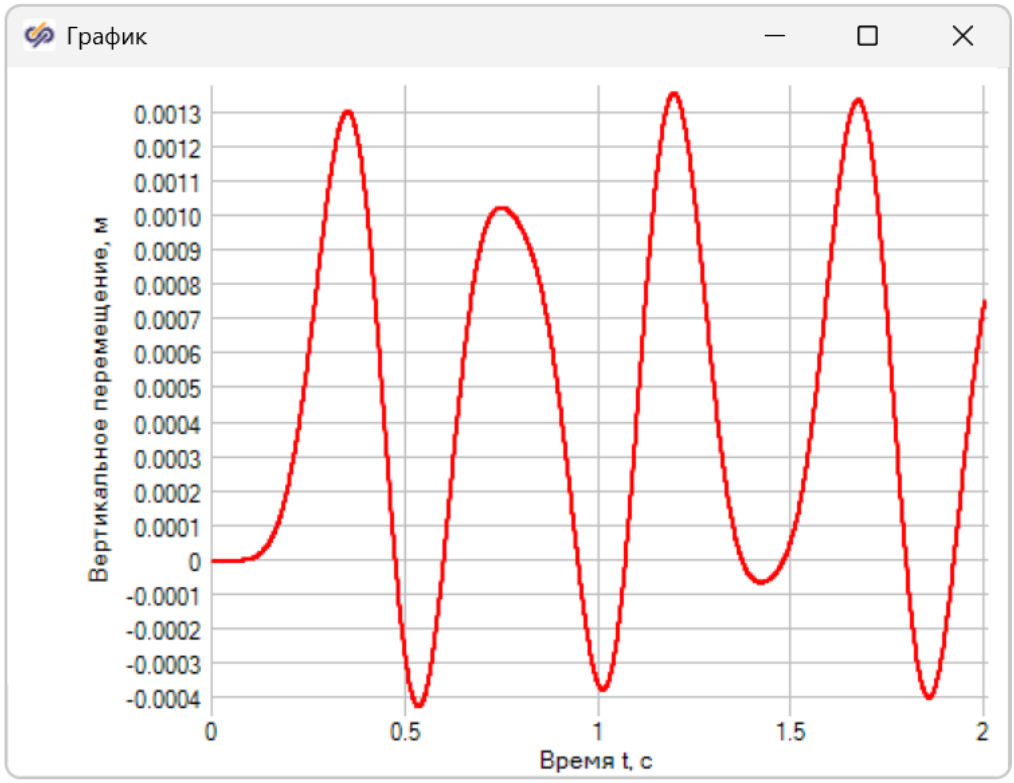
$$F = -\mathrm{sgn}(\dot{x}_B)(T\cos\varphi + m_B g)$$

кадры для космоса

Результаты

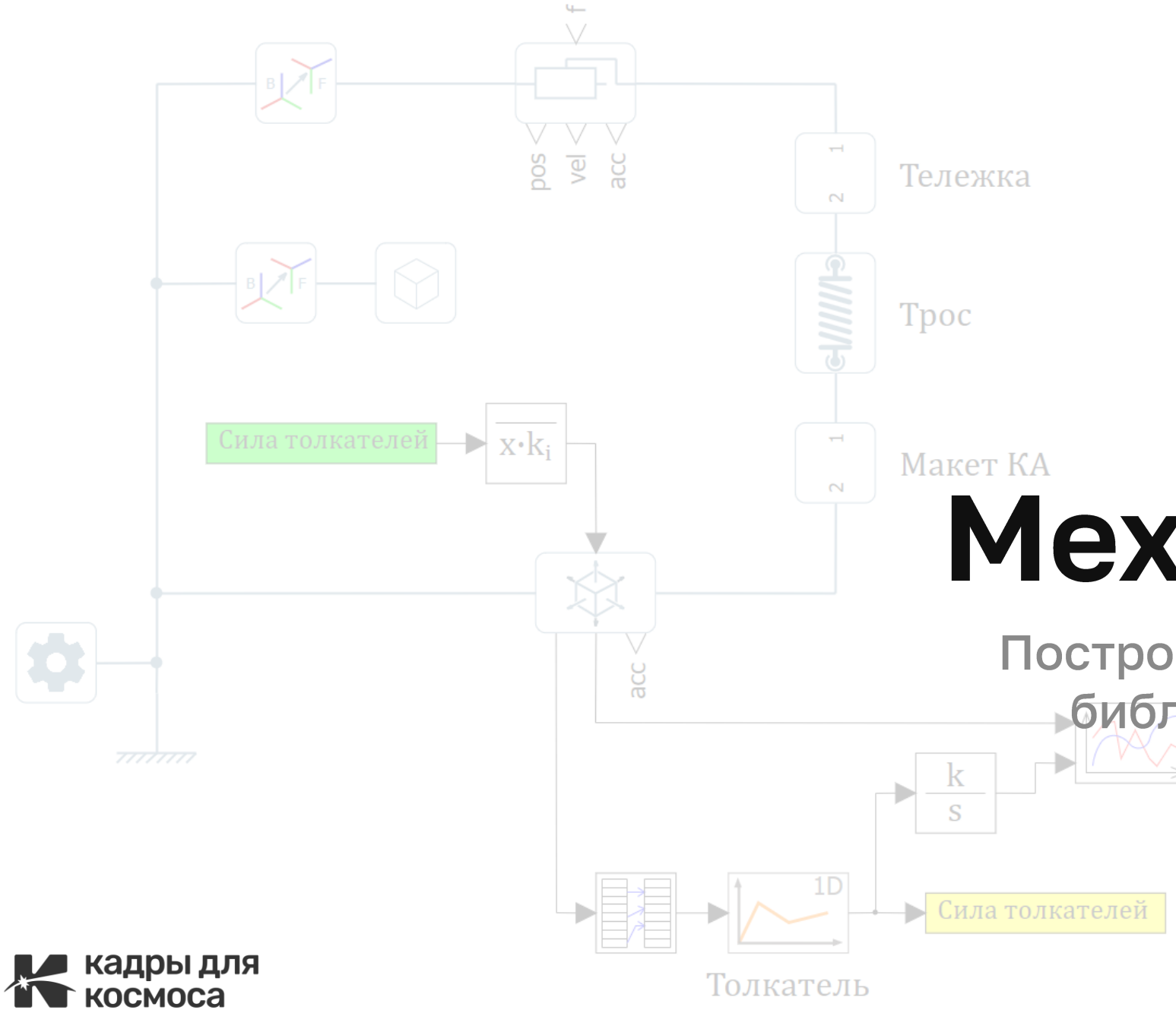


Скорость макета



Вертикальное перемещение макета за счёт колебаний троса

кадры для космоса

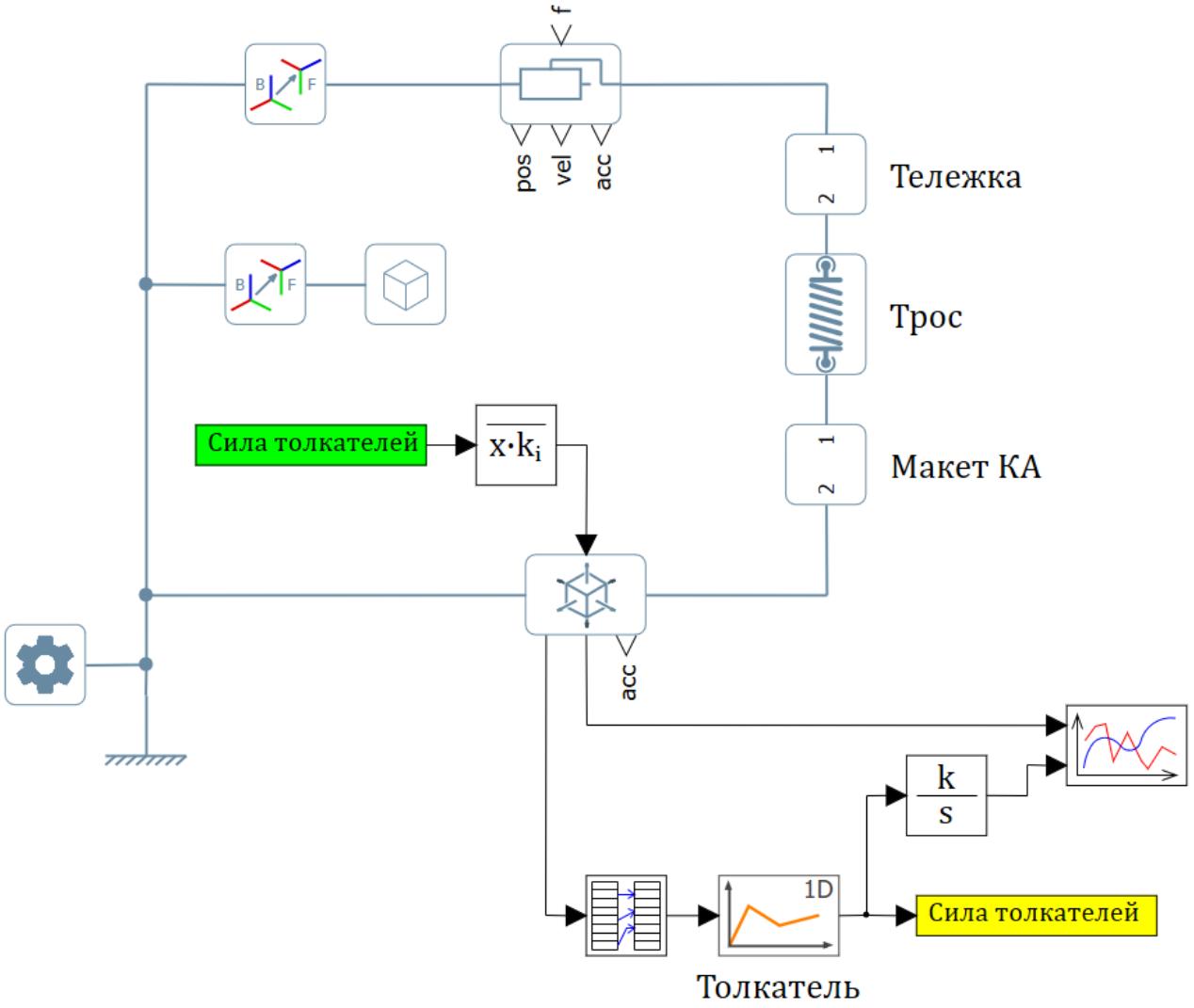


Механика 3D

Построение модели из блоков библиотеки «Механика 3D»

кадры для космоса

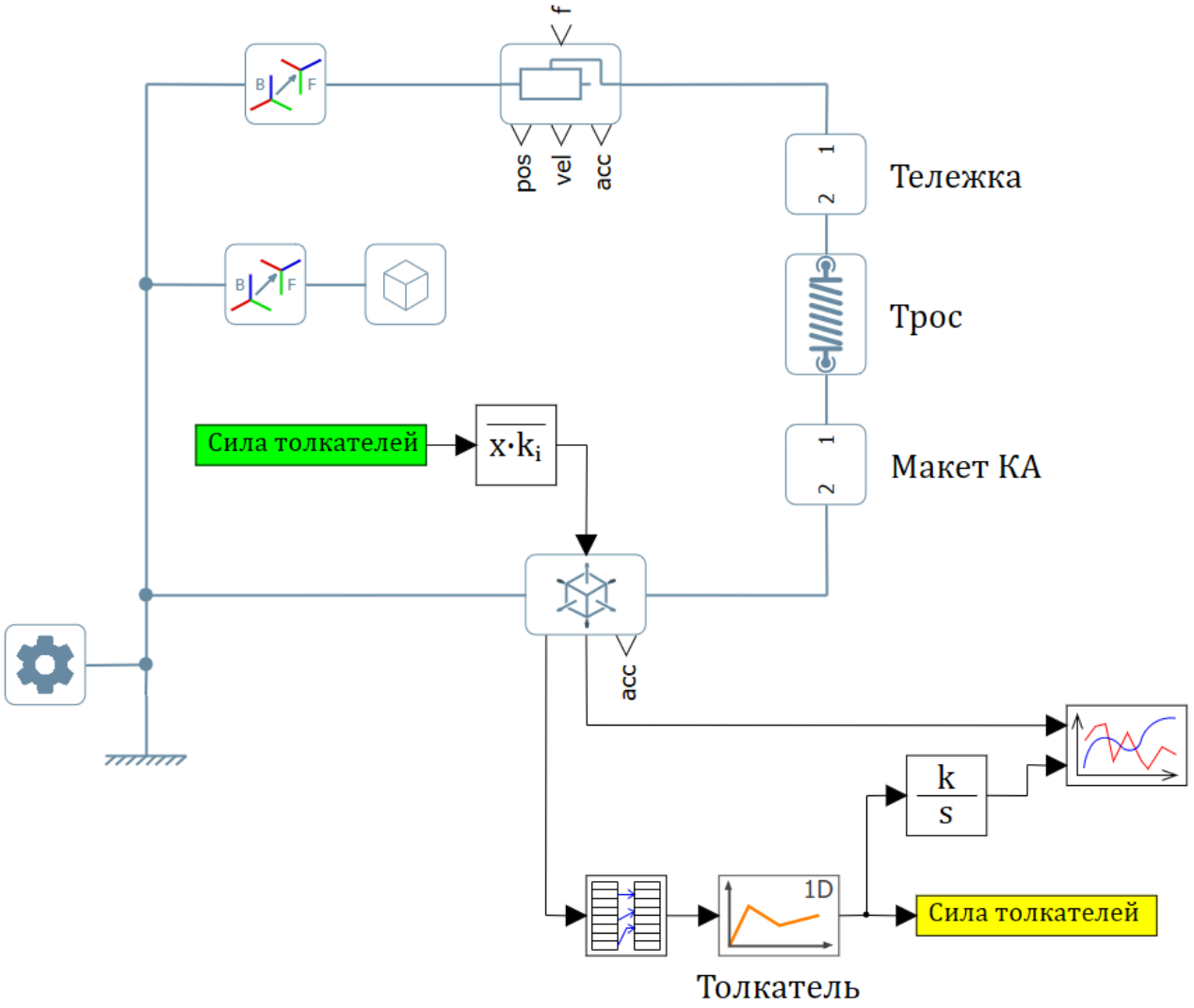
Механика 3D



- Библиотека Механика 3D позволяет создавать модели движения систем тел, связанных шарнирами
- Основные блоки модели
  - Тело
  - Шарнир
  - Система координат
  - Сила
- Структура соединения тел и шарниров образуют ациклический граф (дерево)

кадры для космоса

Скрипт проекта



Скрипт страницы : Главная страница: C:\Users\kidin\Documents\Заметки\Унив...

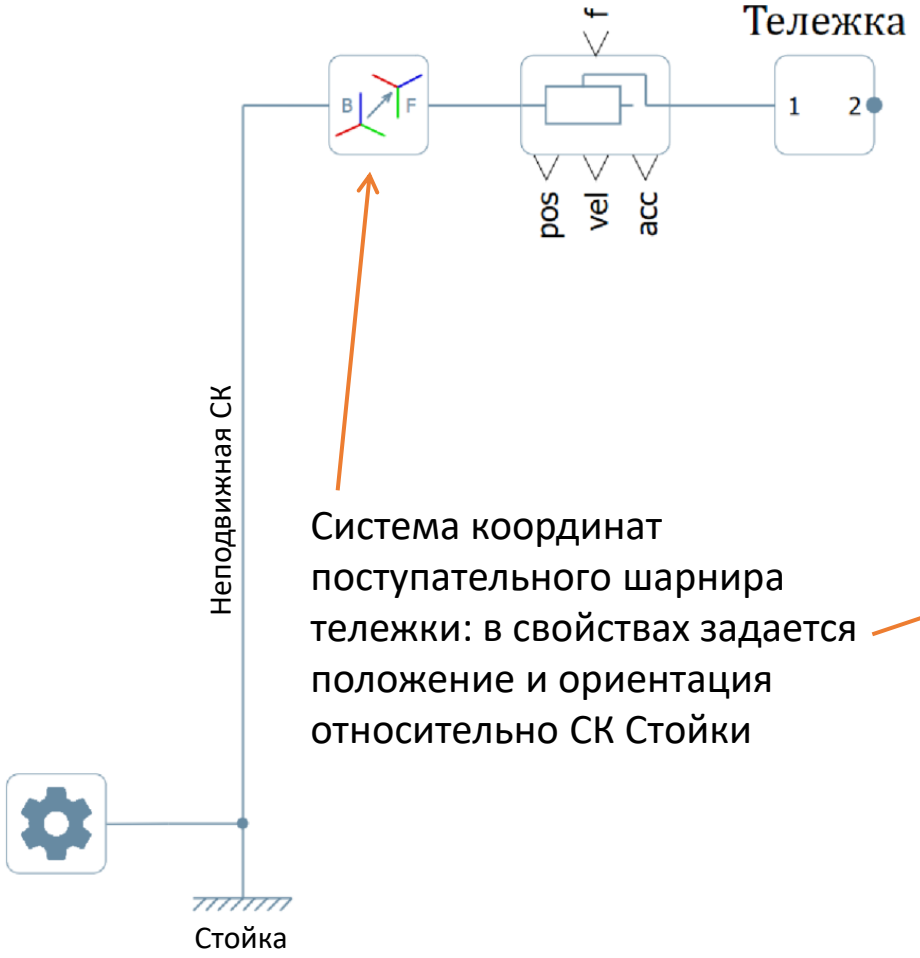
Файл Правка Поиск Расчёт Справка Инструменты

```
1  initialization
   // Ускорение свободного падения
   g    = 9.81;
   // Масса макета КА
   mka = 500;
   // Масса тележкаи
   mw  = 20;

   // Свойства троса
10 tether_diameter  = 0.003;   // диаметр
   tether_E         = 2e11;    // модуль упругости
   tether_L0        = 5;       // свободная длина
   // Жесткость троса
   tether_stiffness = tether_E*0.25*pi*tether_diameter^2/tether_L0;

   // Высота тележки с учётом растяжения троса
   zB = tether_L0 + mka*g/tether_stiffness;

19 end;
```

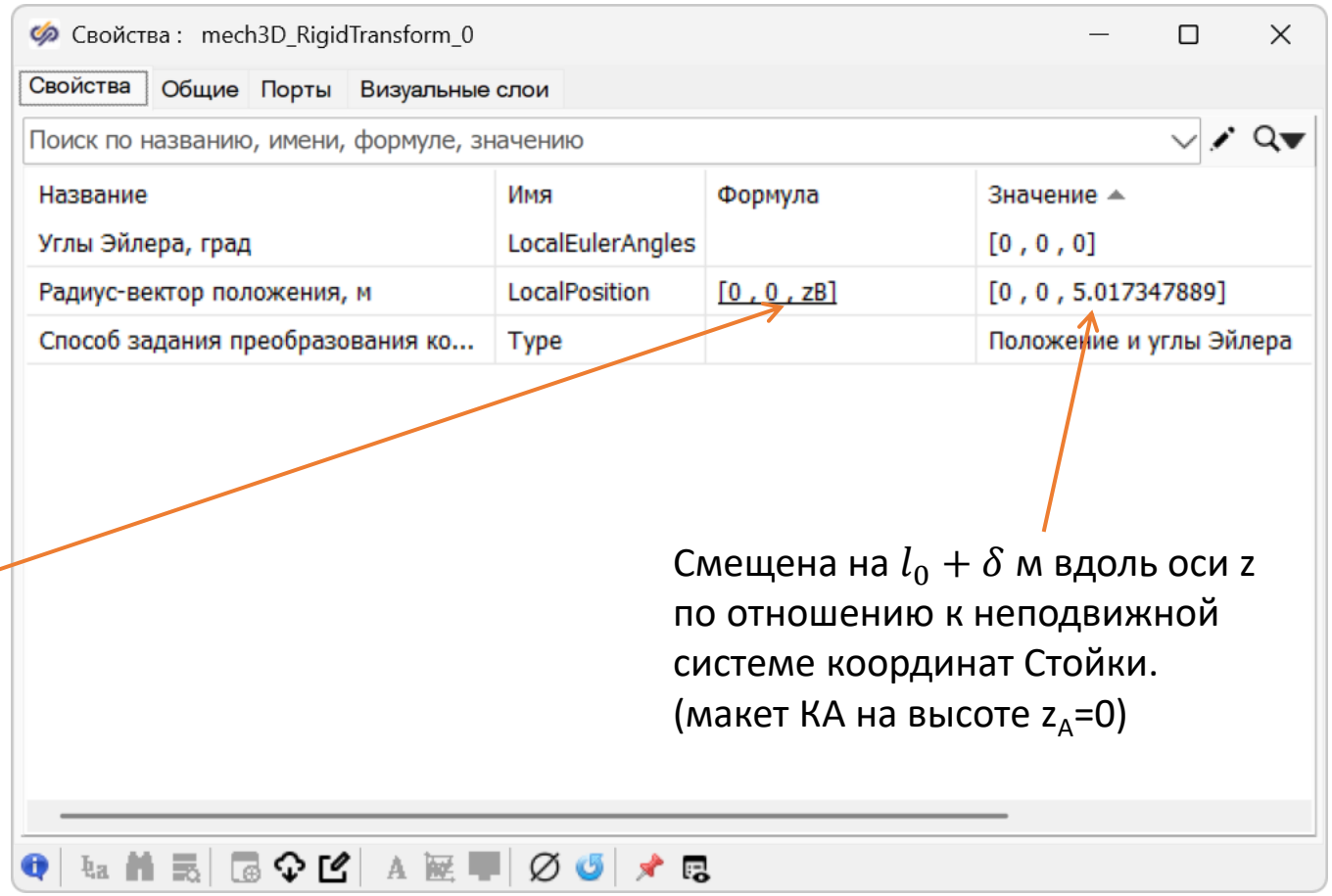
19: 34 Изменено

кадры для космоса

Модель движения тележки



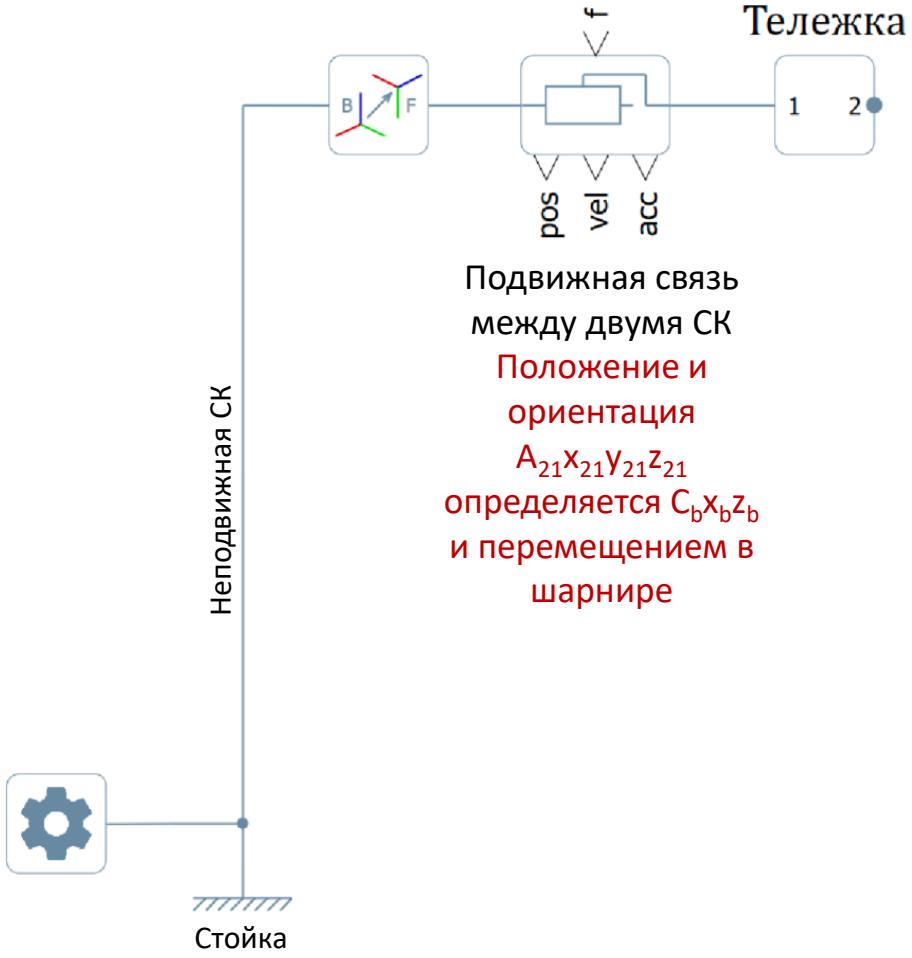
Система координат поступательного шарнира тележки: в свойствах задается положение и ориентация относительно СК Стойки



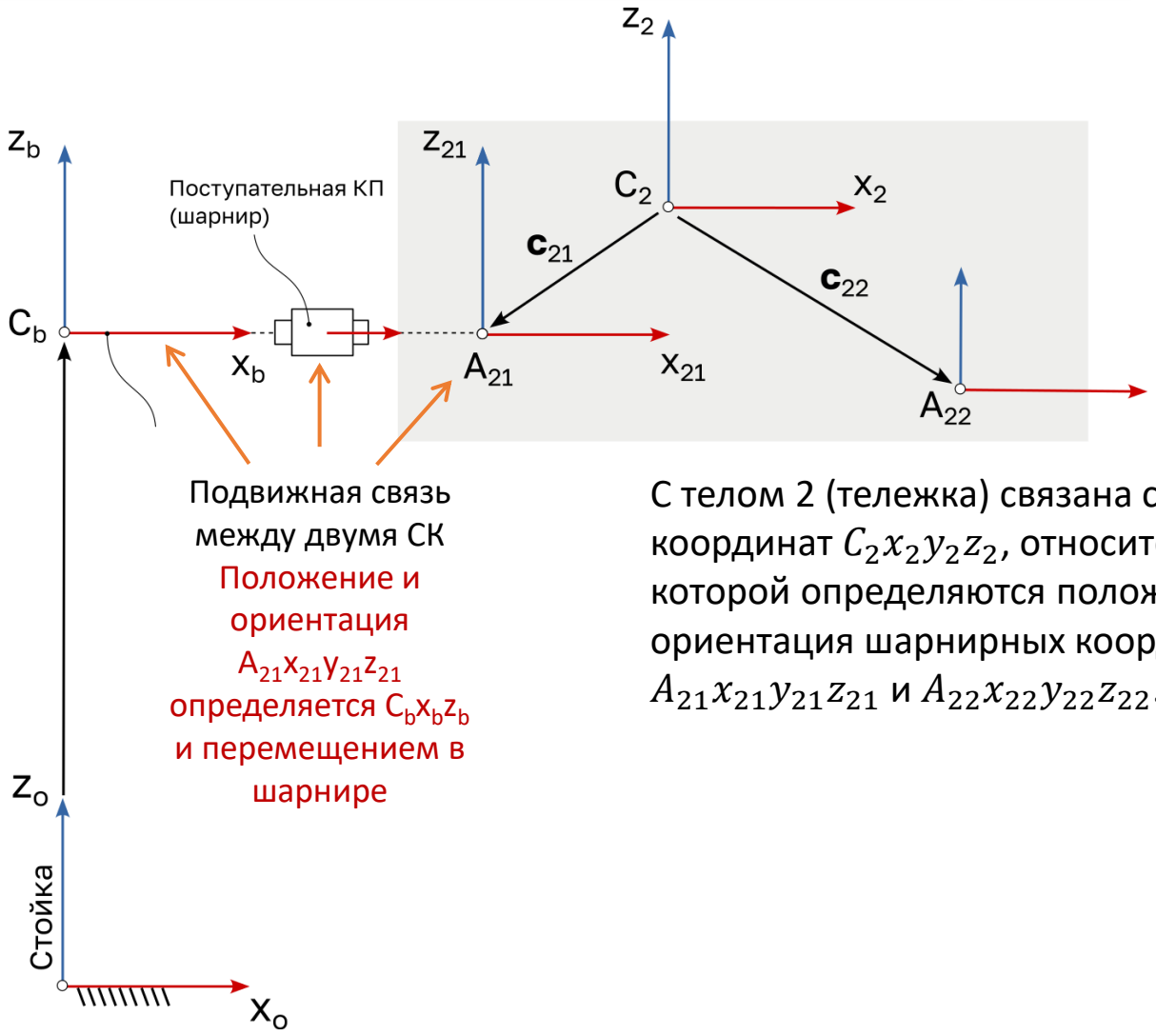
Смещена на $l_0 + \delta$ м вдоль оси z по отношению к неподвижной системе координат Стойки. (макет КА на высоте z_A=0)

кадры для космоса

Модель движения тележки



Подвижная связь между двумя СК
Положение и ориентация $A_{21}x_{21}y_{21}z_{21}$ определяется $C_bx_bz_b$ и перемещением в шарнире

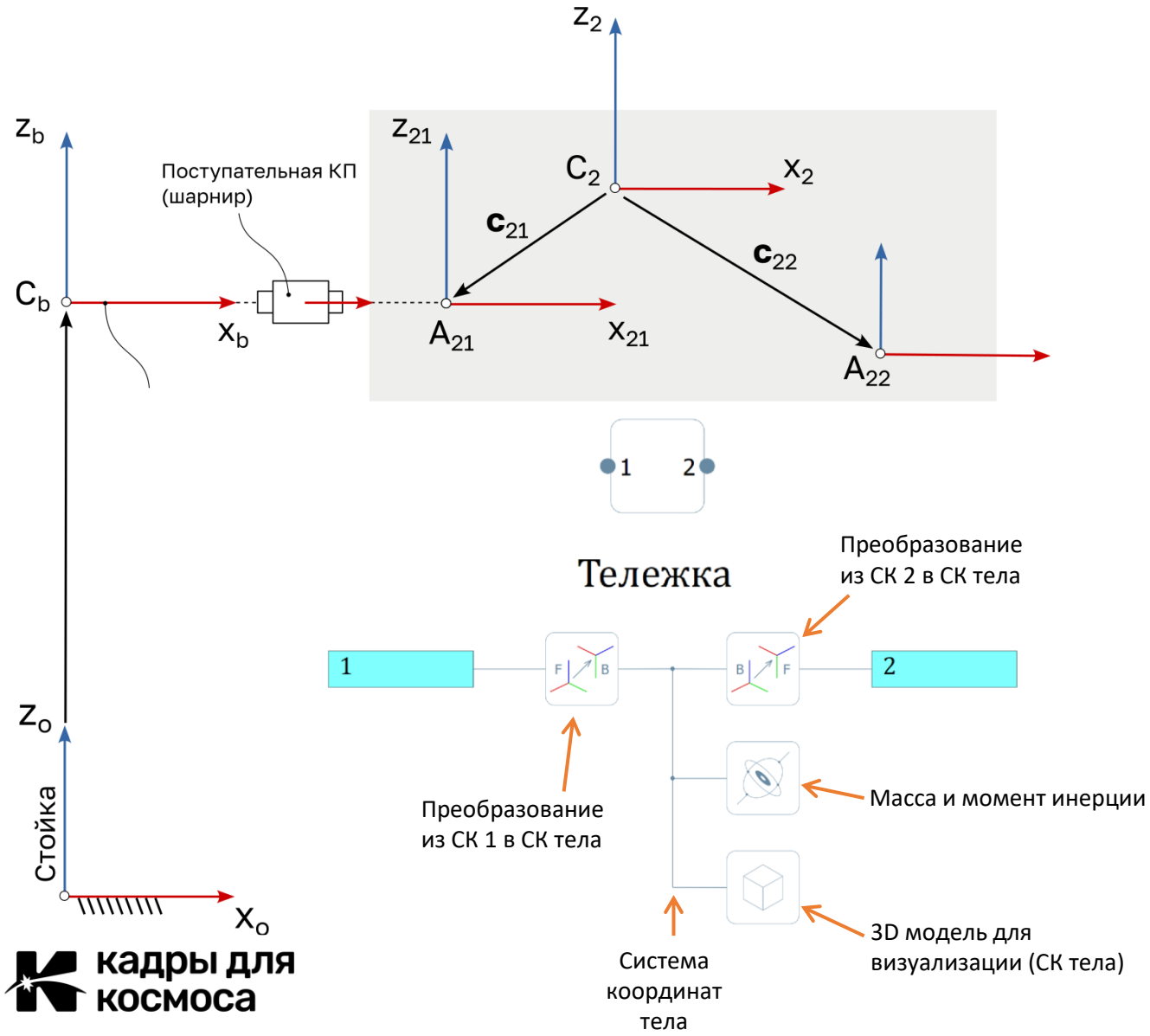


Подвижная связь между двумя СК
Положение и ориентация $A_{21}x_{21}y_{21}z_{21}$ определяется $C_bx_bz_b$ и перемещением в шарнире

С телом 2 (тележка) связана система координат $C_2x_2y_2z_2$, относительно которой определяются положения и ориентация шарнирных координат $A_{21}x_{21}y_{21}z_{21}$ и $A_{22}x_{22}y_{22}z_{22}$.

кадры для космоса

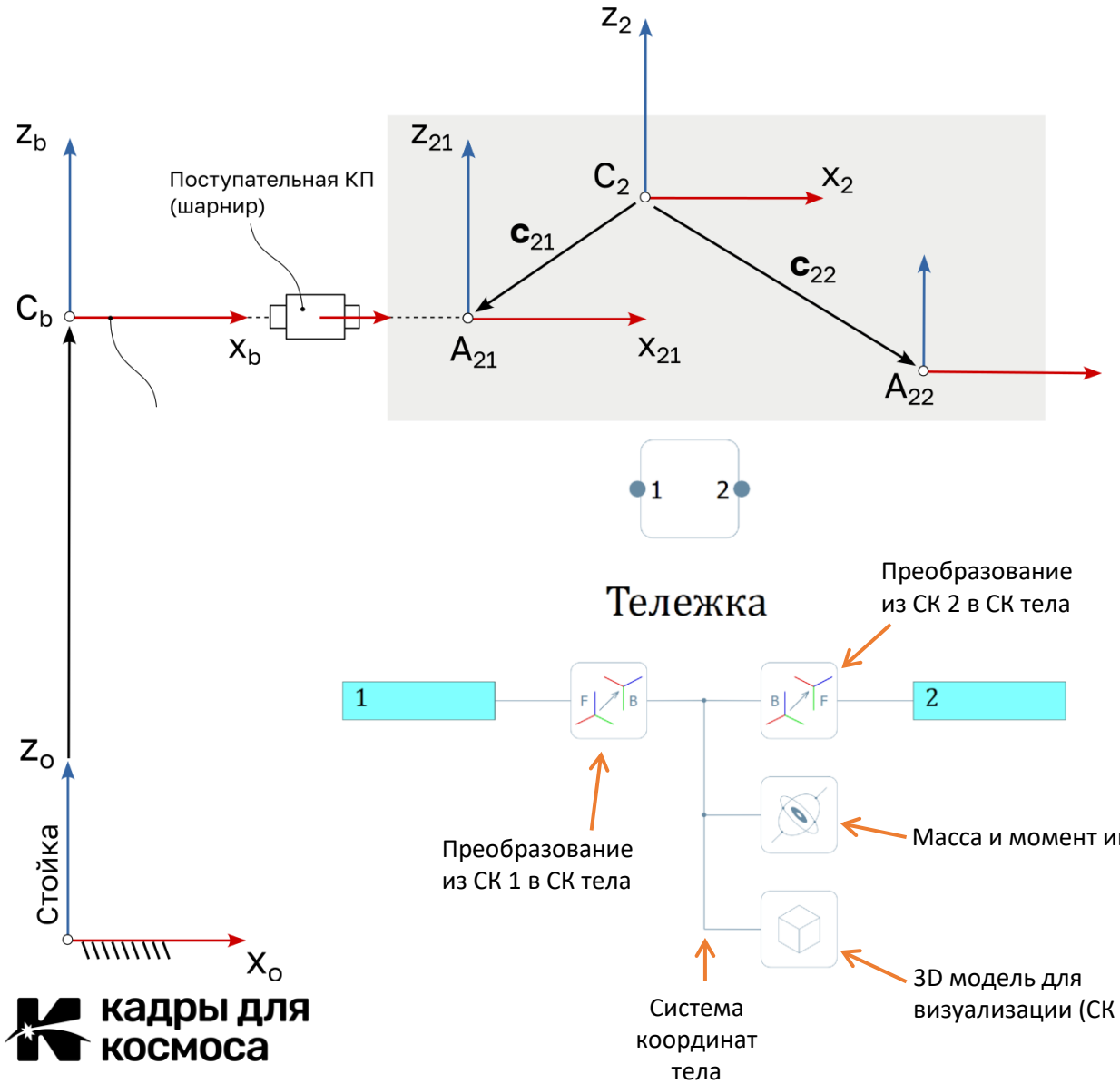
Модель движения тележки

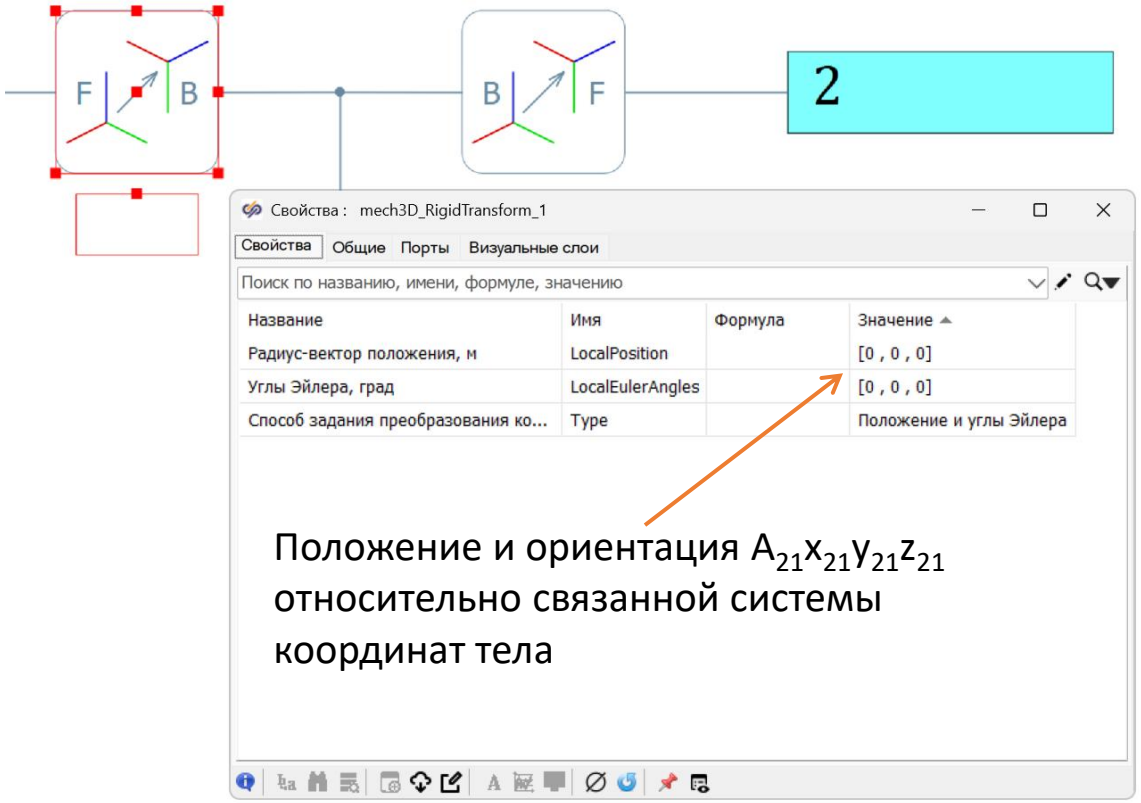


- Положение шарнирных (интерфейсных) координат определяется относительно **локальной системы координат тела (ЛСК)**
- Положение и ориентация шарнирных систем координат относительно ЛСК задается углами Эйлера (или матрицей) и положением начала координат
- В ЛСК отображается 3D модель
- Относительно ЛСК задается положение центра масс тела
- Моменты инерции (компоненты матрицы тензора инерции) определяются относительно центральной СК

кадры для космоса

Модель движения тележки



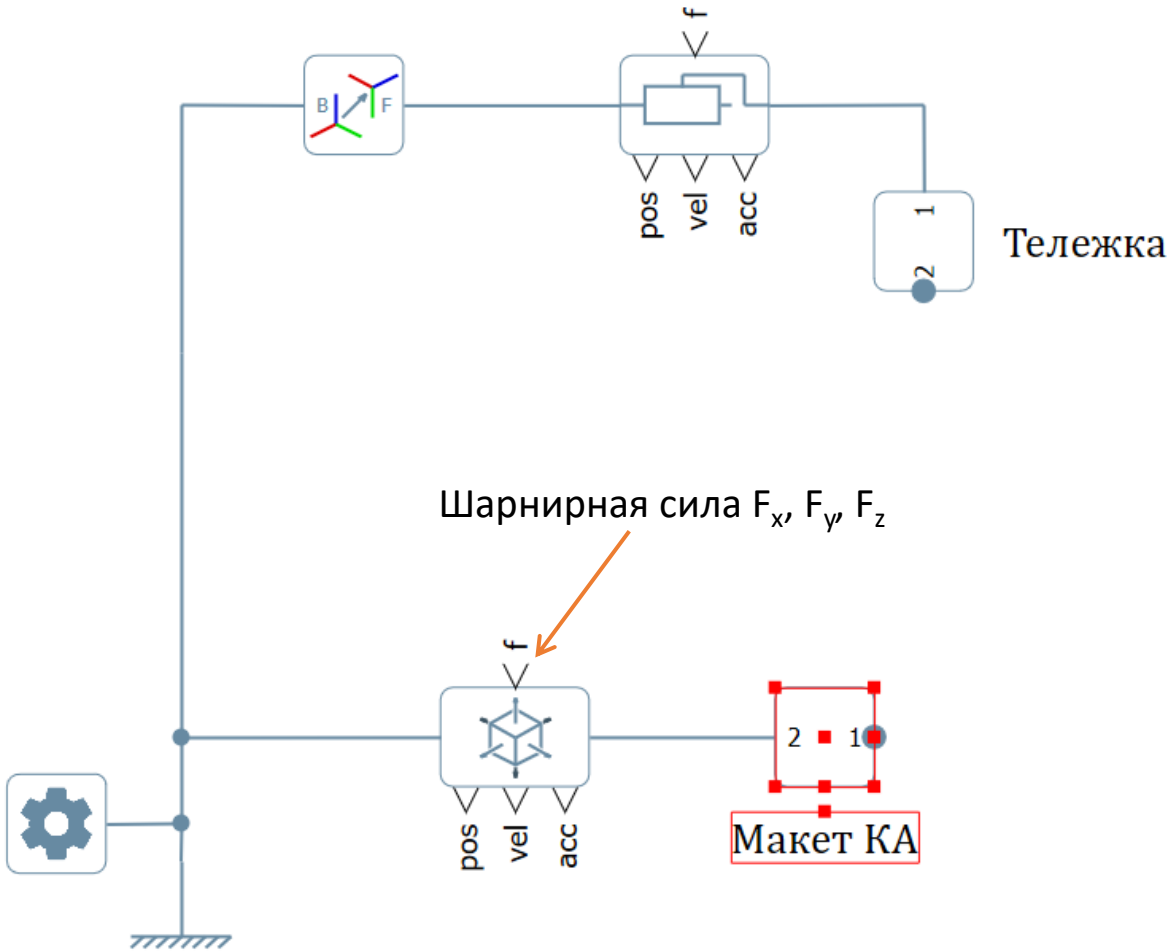


Положение и ориентация $A_{21}x_{21}y_{21}z_{21}$ относительно связанной системы координат тела

Начальное положение тела в неподвижной системе координат определяется цепочкой преобразований от стойки (неподвижной системы координат) к связанной системе координат тела

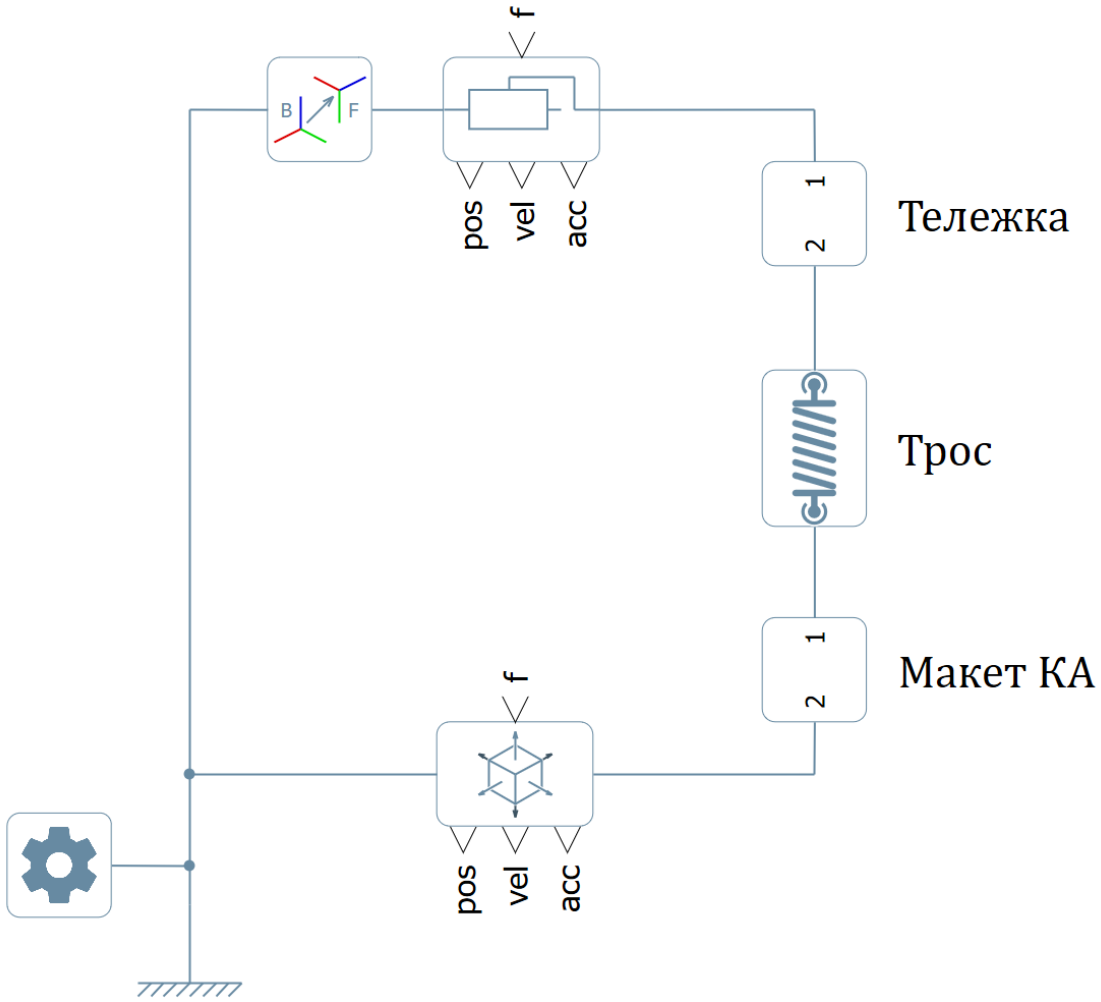
кадры для космоса

Модель движения макета



- Макет КА связан со стойкой (неподвижной СК) шарниром с тремя поступательными степенями свободы, т. е. шарнир допускает свободное поступательное движение макета.
- В шарнире может быть задана сила, действующая на макет – суммарная сила от толкателей отделения

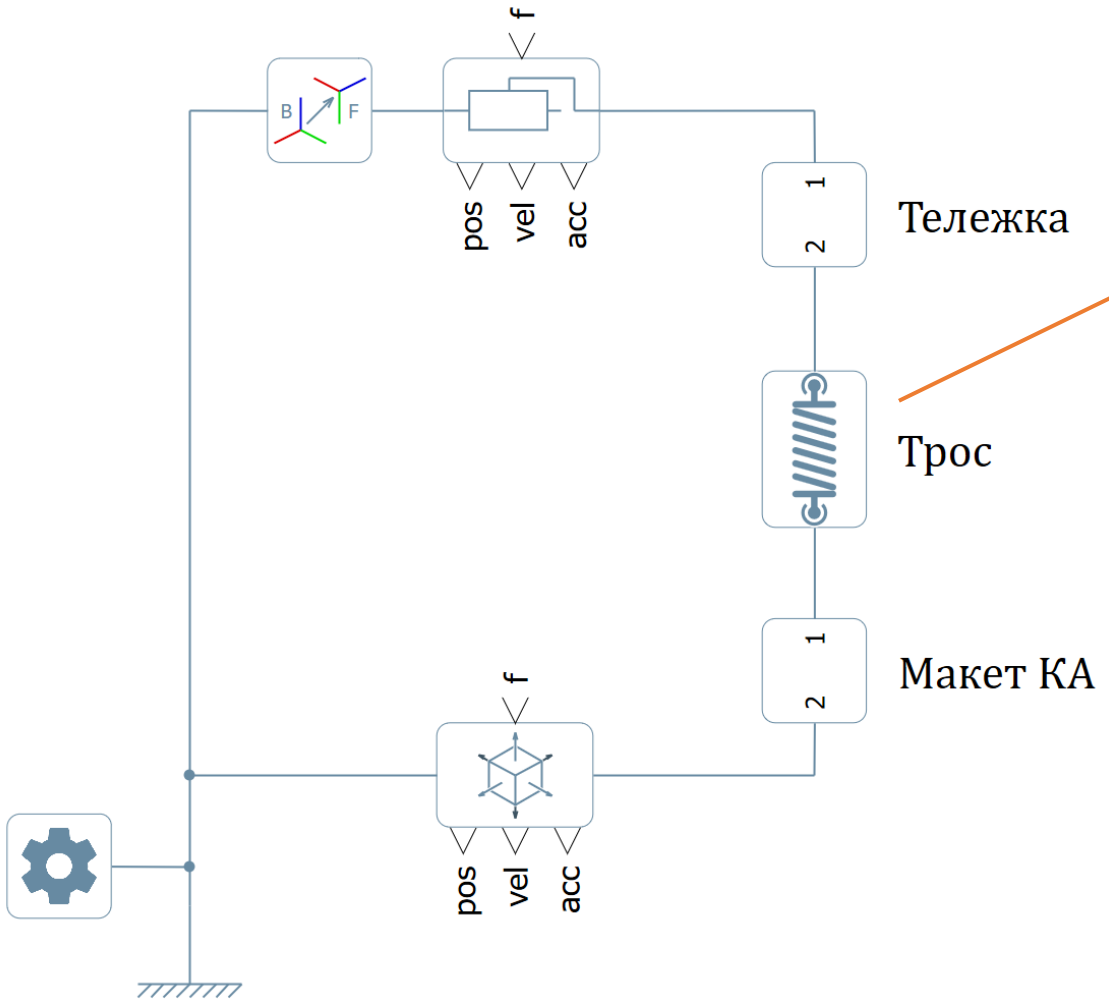
Модель движения макета

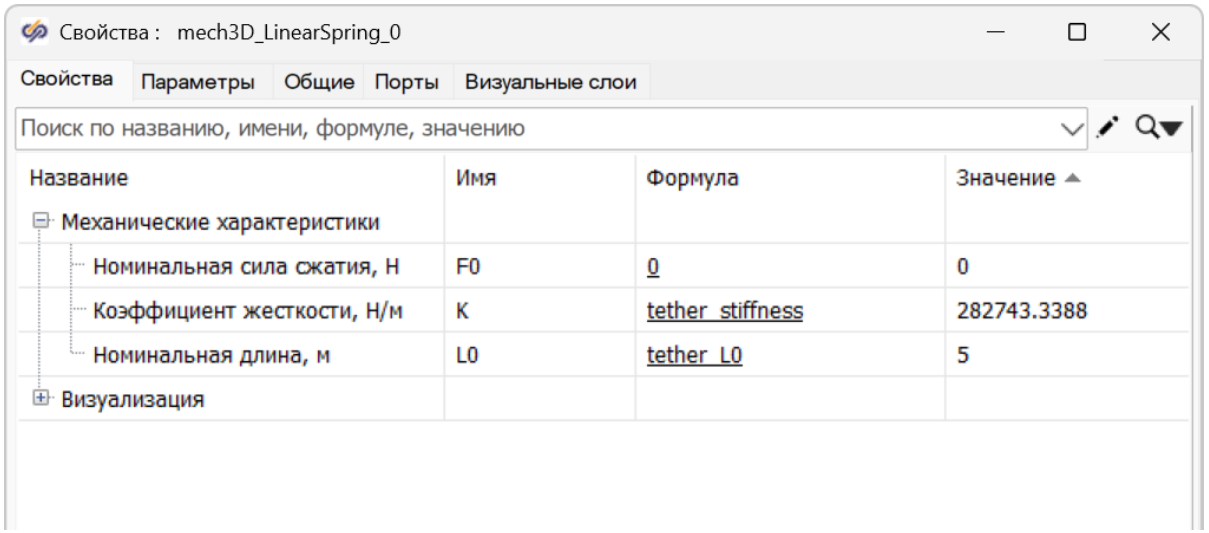


- Макет КА связан со стойкой (неподвижной СК) шарниром **с тремя поступательными степенями свободы**, т. е. шарнир допускает свободное поступательное движение макета.
- В шарнире может быть задана сила, действующая на макет вдоль каждой степени свободы Fx, Fy, Fz

кадры для космоса

Трос

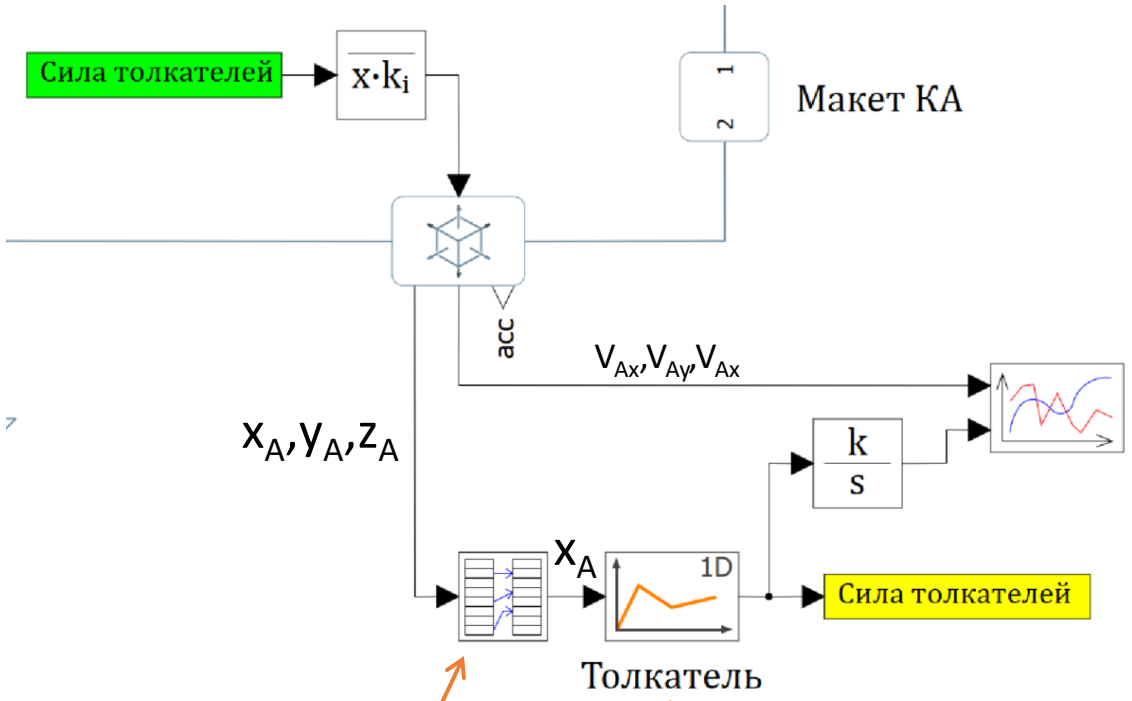




- Трос определяет силу упругости, действующую между точками двух тел
- В свойствах троса задается
  - жёсткость
  - длина троса и соответствующая ей сила упругости для любой точки на зависимости $F_{упр}(l)$, например, l_0, 0

кадры для космоса

Сила толкателя



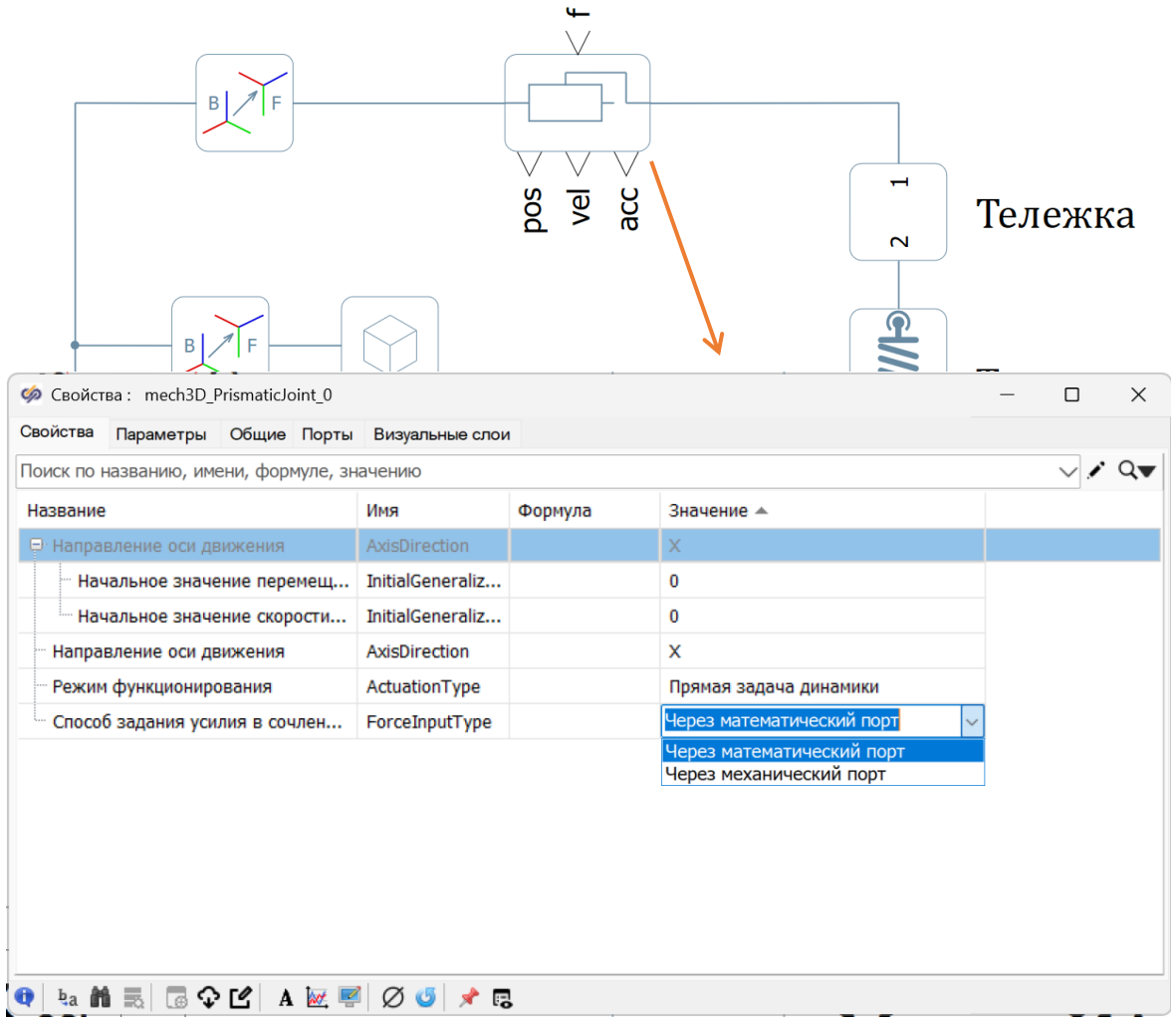
Блок «Выборка из вектора» библиотеки «Векторные»

Интерполяция по табличной зависимости суммарной силы толкателей от перемещения (координаты x_A)

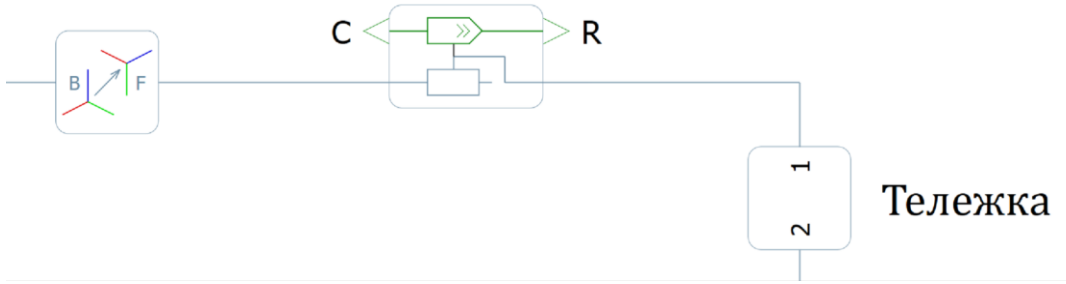
- Суммарная сила толкателей отделения, действующая на макет – линейная функция перемещения макета x_A (в начальный момент времени $x_A(0) = 0$)
- Зависимость силы толкателя от перемещения макета определятся при помощи линейной интерполяции (блок «Интерполяция по табличной зависимости» библиотеки «Интерполяция»

кадры для космоса

Учёт силы трения

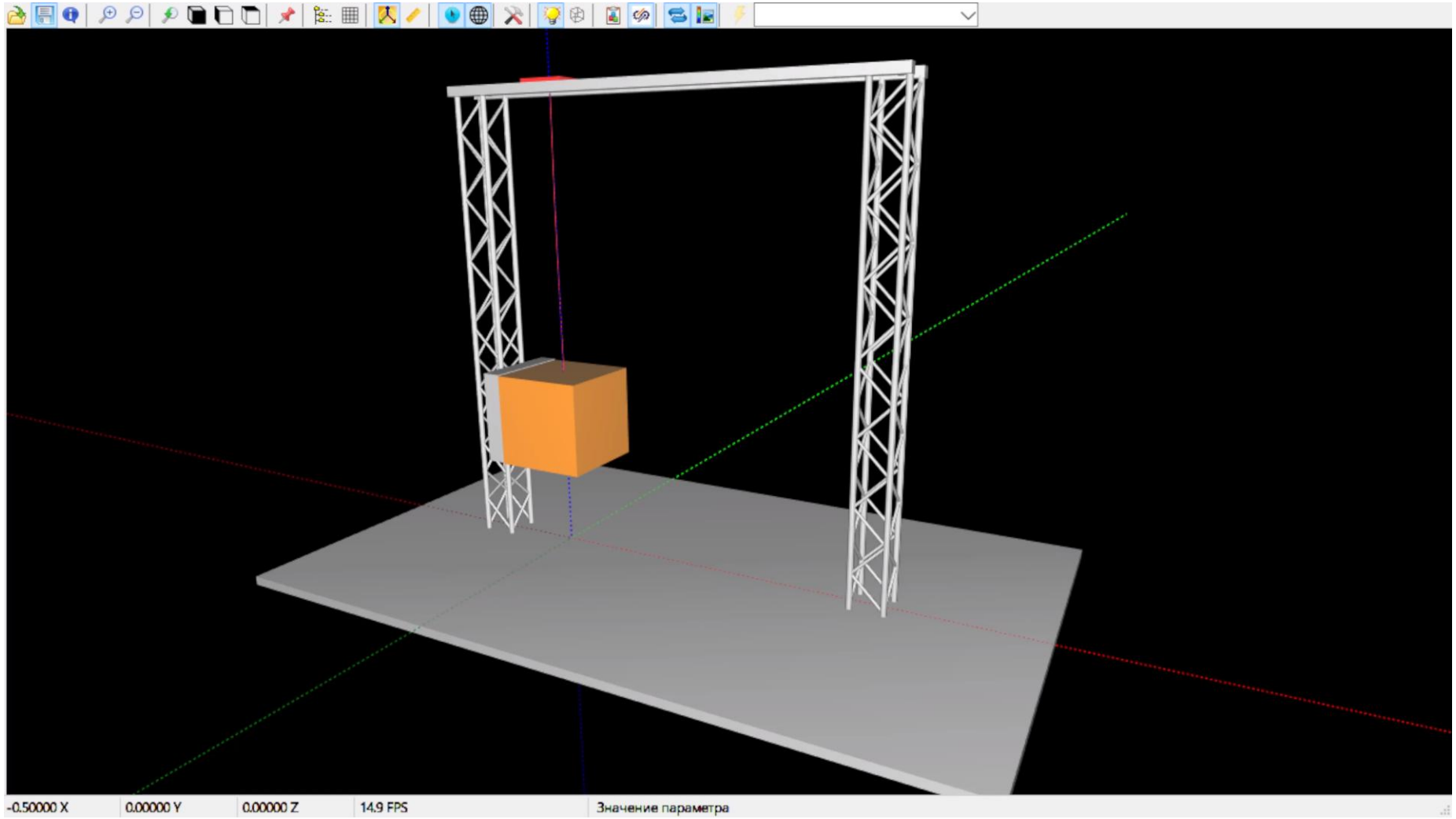


- В свойствах поступательного шарнира, ограничивающего движение тележки можно указать способ задания шарнирной силы «через механический порт»
- К механическому порту можно подключить блоки библиотеки «Механика», например блок «Поступательное трение»



кадры для космоса

Окно 3D-визуализации



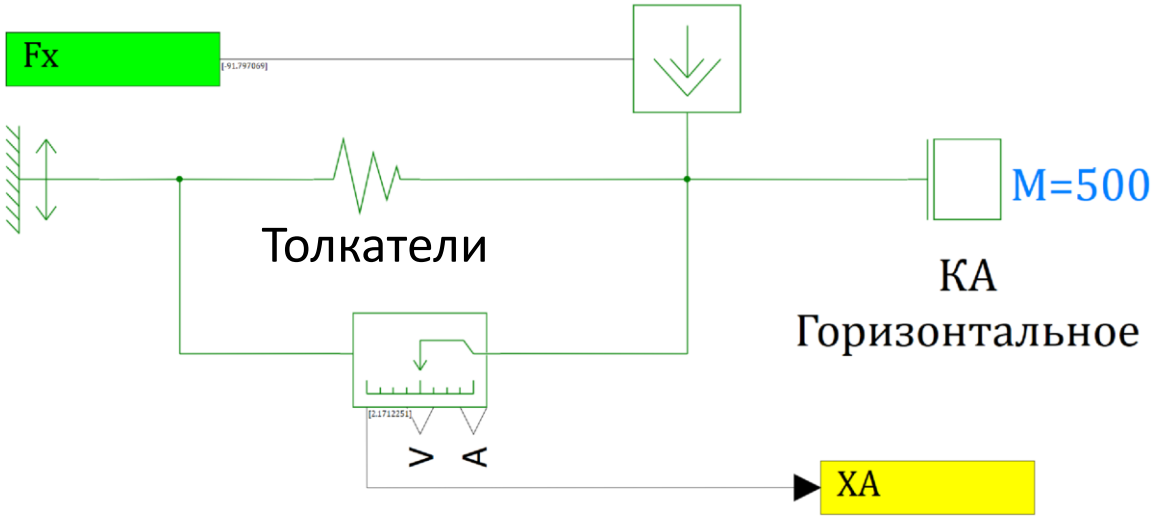
кадры для космоса

Механика

Построение модели из блоков библиотеки «Механика»

кадры для космоса

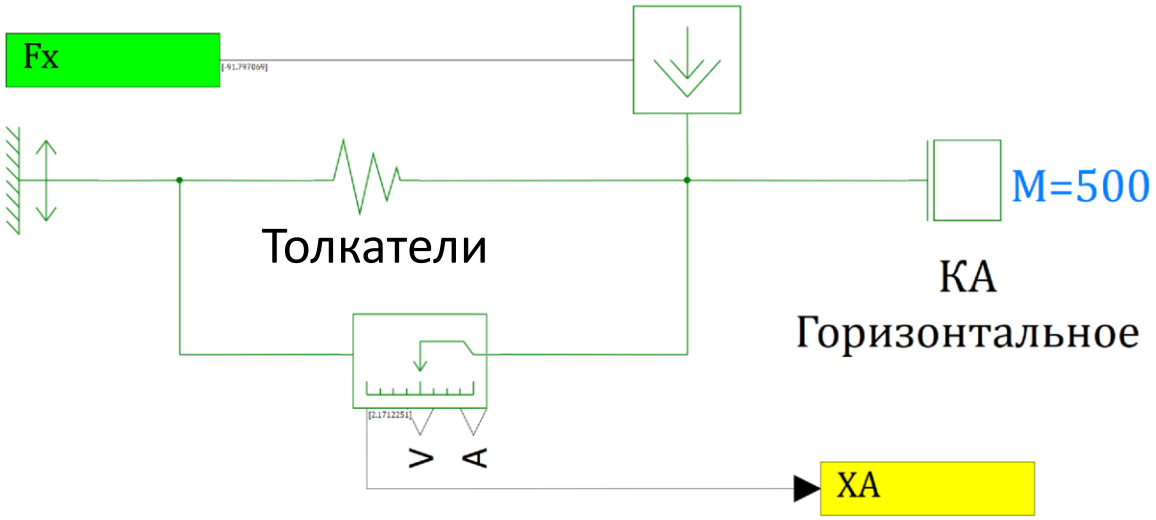
Горизонтальное движение КА



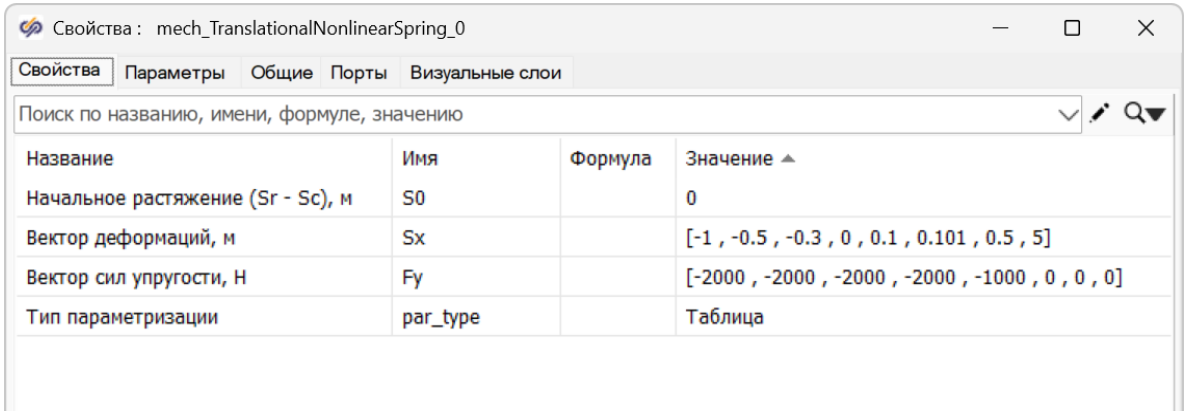
$$m_{\text{КА}}\ddot{x}_A = n_p P(x_A) \underbrace{-T\sin\varphi}_{F_x}$$

- При помощи блоков раздела «Элементы поступательного движения» библиотеки «Механика» формируются модели по уравнениям движения каждого тела
- Используемые блоки:
  - Масса (масса КА)
  - Источник силы (для проекции силы троса на горизонтальную ось)
  - Датчик поступательного движения для определения горизонтального перемещения КА
  - Нелинейная поступательная пружина для моделирования силы толкателей

Модель силы толкателей

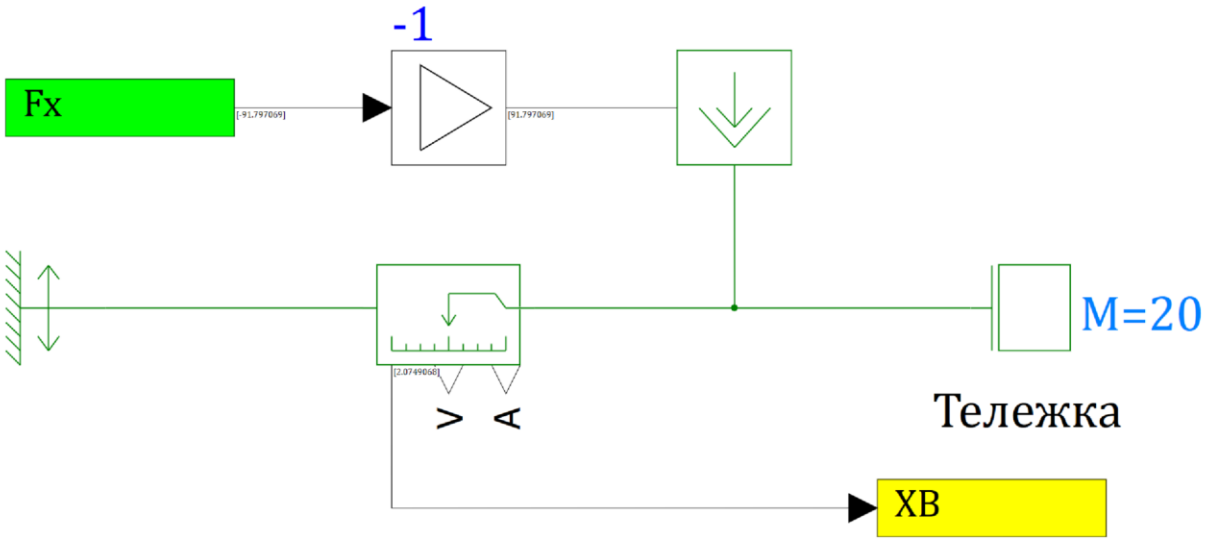


$$m_{\text{КА}}\ddot{x}_A = n_p P(x_A) \underbrace{-T\sin\varphi}_{F_x}$$



- Сила толкателей задается блоком «Нелинейная поступательная пружина»
- В блока задается табличная зависимость силы от деформации
  - Отрицательная деформация – сжатие, отрицательная сила
- При «деформации» (перемещении штока) более 0,1 м толкатели прекращают работу

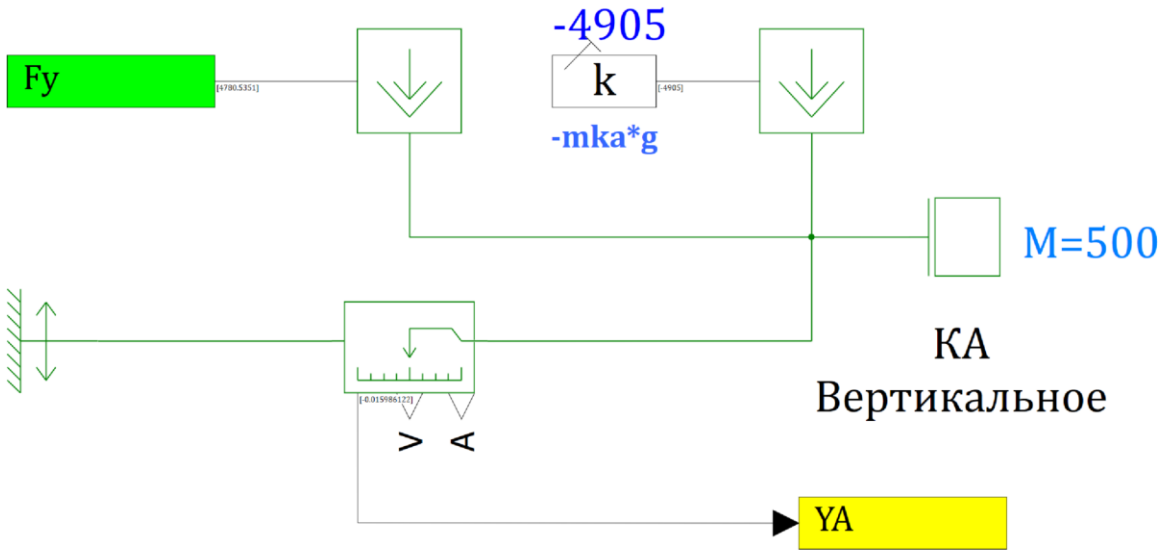
Горизонтальное движение тележки



$$m_{\text{Т}}\ddot{x}_{\text{В}} = T\sin\varphi - F_{\text{тр}}$$

- Модель горизонтального движения тележки построена из блоков:
  - Масса (масса тележки)
  - Источник силы (для проекции силы троса на горизонтальную ось)
  - Датчик поступательного движения для определения горизонтального перемещения тележки
- В модели горизонтального движения тележки сила троса Fx прикладывается с противоположным знаком по отношению к проекции силы, действующей на макет КА

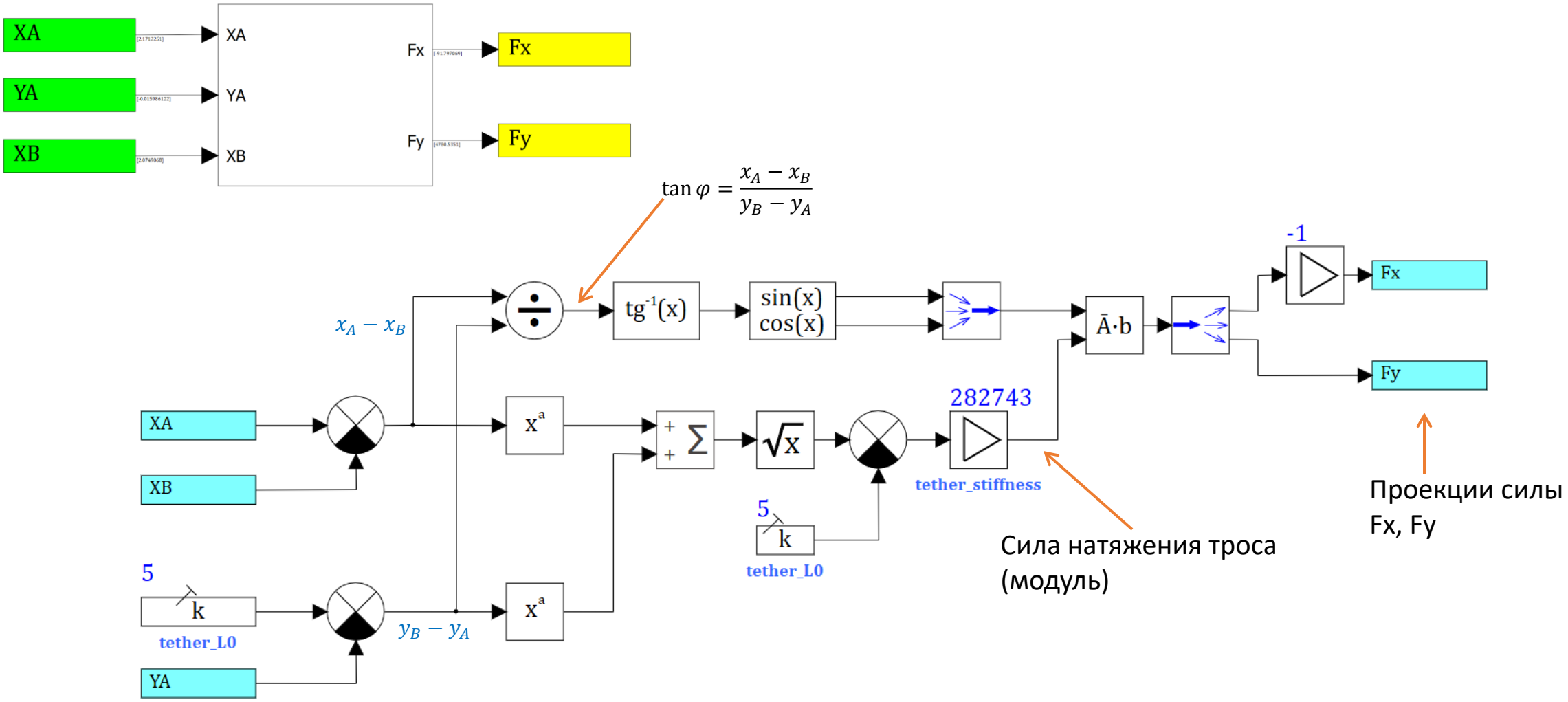
Вертикальное движение КА



$$m_{\text{КА}}\ddot{y}_A = F_y - mg$$

- **Блоки модели вертикального движения макета КА:**
  - Масса (масса макета КА)
  - Источник силы для проекции силы троса на вертикальную ось
  - Источник силы для силы тяжести, действующей на макетпроекции силы троса на вертикальную ось
  - Датчик поступательного движения для определения вертикального перемещения КА
  - Нелинейная поступательная пружина для моделирования силы толкателей

Модель троса

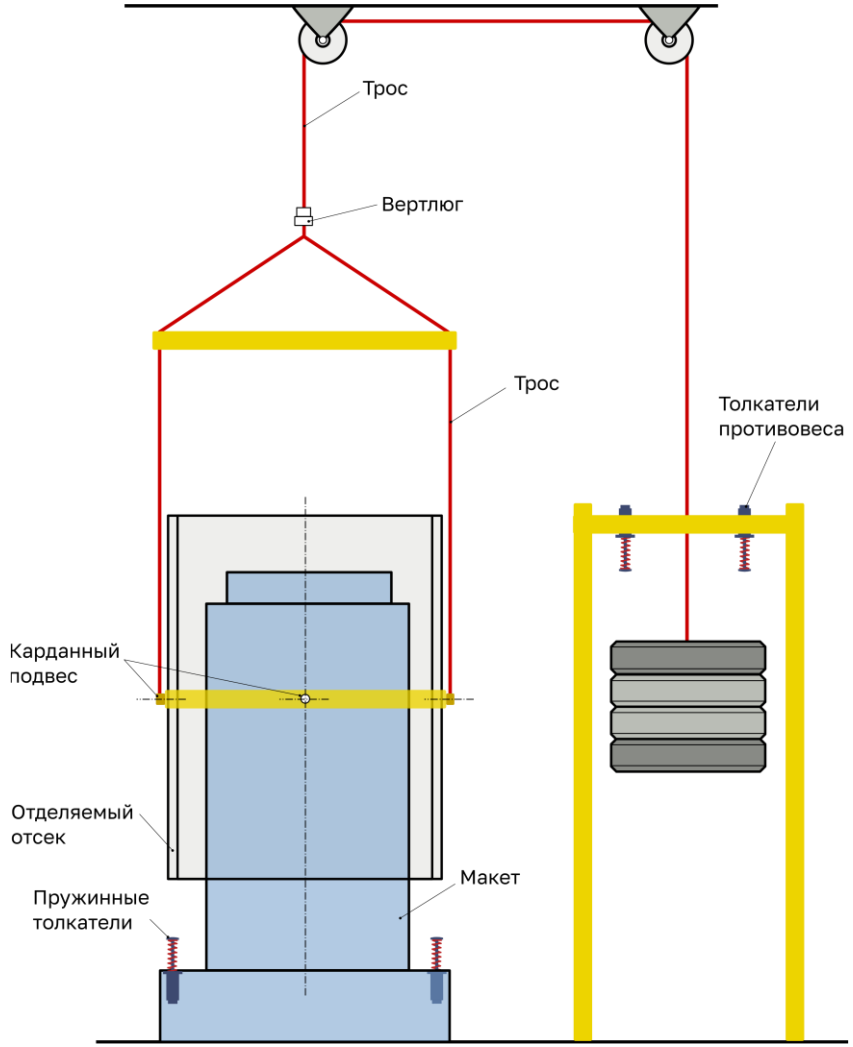


кадры для космоса

Источники

- Патент № 2489331 C1 Российская Федерация, МПК B64G 7/00. Стенд для испытаний устройств отделения космических аппаратов : № 2012113519/11 : заявл. 06.04.2012 : опубл. 10.08.2013 / С. Р. Бурназян, Г. Е. Круглов, Е. В. Старадубцева, В. Е. Ткач ; заявитель ФГУП "ГНПРКЦ "ЦСКБ-Прогресс".
- К. С. Колесников, В. В. Кокушкин, С. В. Борзых, Н. В. Панкова Расчёт и проектирование систем разделения ступеней ракет. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2006.
- https://classmech.ru/pages/simintech/

Задание

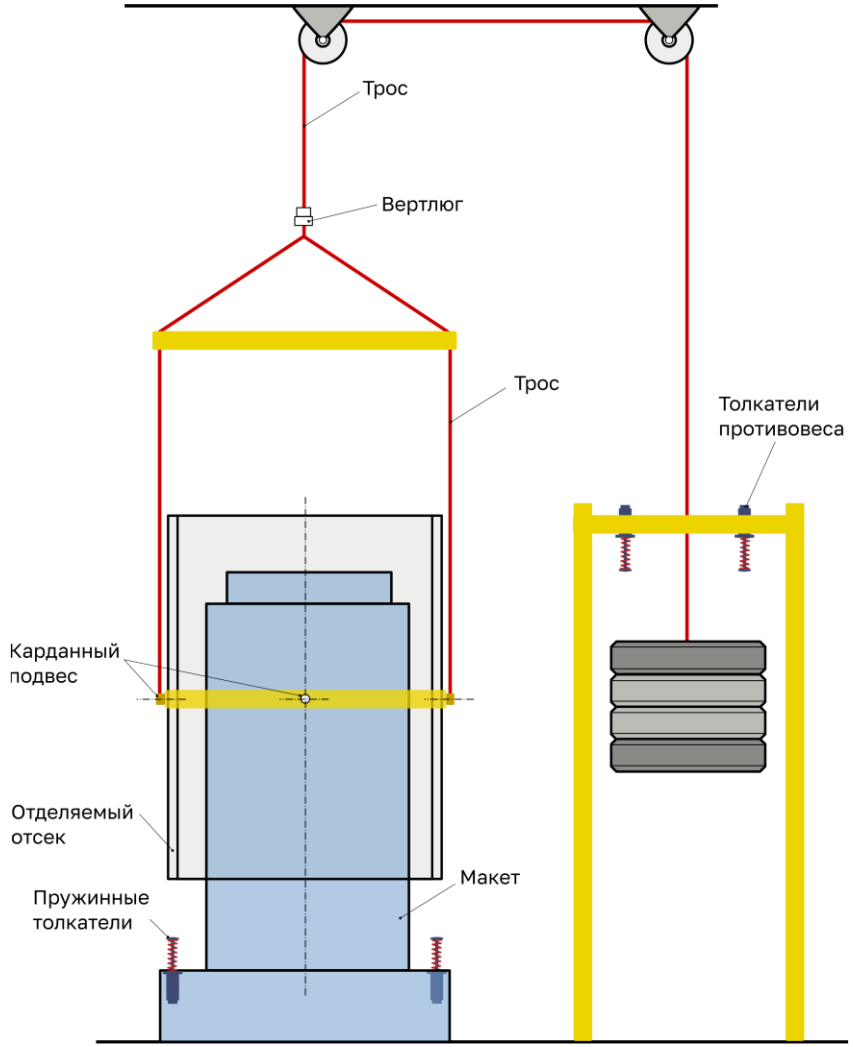


- **Построить модель системы обезвешивания отделяемого отсека орбитального блока**
  - Масса отсека – 1 т
  - Масса противовеса – 1 т
  - Свободная длина троса - 20 м
  - Эквивалентный диаметр троса - 6 мм
  - Модуль упругости троса – $2 \cdot 10^{11}$ Па
  - Начальное суммарное усилие толкателей отсека 10 кН
  - Конечное суммарное усилие толкателей отсека 2,5 кН
  - Ход толкателей - 0,25 м
- **Силовые характеристики толкателей противовеса равны соответствующим характеристикам толкателей отсека**

К. С. Колесников, В. В. Кокушкин, С. В. Борзых, Н. В. Панкова Расчёт и проектирование систем разделения ступеней ракет. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2006.")

кадры для космоса

Задание



- Построить модель движения системы обезвешивания, как системы двух поступательно движущихся тел (отсек, противовес), соединенных упругим тросом
- Определить среднюю скорость движения отсека после окончания работы толкателей, сравнить со скоростью движения отсека в условиях полёта (в невесомости)
- Определить продолжительность работы толкателей отсека, сравнить полученное значение с временем работы толкателей отсека в условиях полёта
- Массой троса, балок, силами трения пренебречь

К. С. Колесников, В. В. Кокушкин, С. В. Борзых, Н. В. Панкова Расчёт и проектирование систем разделения ступеней ракет. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2006.")

кадры для космоса